

Занятие 5. Теория вероятности 2

Ω – множество элементарных исходов

μ – мера над этим множеством (площадь)

Классическая вероятность

Событие это множество состоящее из элементарных исходов

$\mathbb{P}(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$ – вероятность события $A \subseteq \Omega$

$\mathbb{P}(\{\omega\}) = 0$ – элементарные события имеют нулевую вероятность

Пример: бросание дартс

$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$ – круг мишени

$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq r^2\}$ – область центра

$\mathbb{P}(A) = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{r^2}{R^2}$ – вероятность попадания в центр

$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2 \wedge x \geq 0\}$ – попадание в правую область

$\mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$ – вероятность попадания в правую половину

Задания

1. В прямоугольник 5×4 см² вписан круг радиуса 1.5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?
2. Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте, с 12.00 до 13.00 часов и ждете друг друга в течение 5 минут?
3. На отрезок AB длины 1, брошена точка M так, что любое ее положение на отрезке равновозможно. Найти вероятность того, что меньший из отрезков (AM или MB) имеет длину, большую чем $\frac{1}{3}$, то есть $\mathbb{P}(\min(AM, MB) > \frac{1}{3}) = ?$
4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше $\frac{2}{7}$?
5. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма $x + y$ не превышает единицы, а произведение xy не меньше 0.09.
6. На отрезке AB длиной l независимо одна от другой поставлены 2 точки L и M , положение каждой из которых равновозможно на AB . Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M , чем к точке A .
7. Моменты начала двух событий наудачу распределены в промежутке времени от T_1 до T_2 . Одно из событий длится 10 мин., другое – t мин. Определить вероятность того, что: а) события «перекрываются» по времени; б) «не перекрываются». $T_1 = 1100$, $T_2 = 1300$, $t = 15$.

Домашнее задание

1. От деревянной дощечки, размером 10×10 см, отпиливают квадрат 2×2 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная на доску, окажется внутри отпиленного квадрата?
2. Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте, с 12.30 до 13.00 часов и ждете друг друга в течение 7 минут?
3. Выбрав наугад точку в области $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$, найдите вероятность того, что она окажется внутри круга радиуса $\frac{1}{2}$, центр которого находится в точке $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.