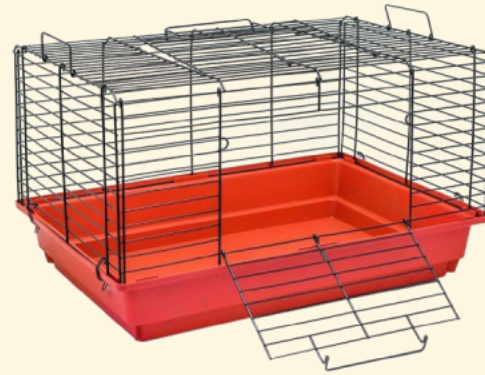
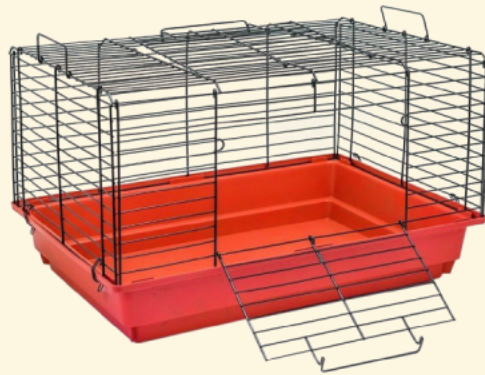


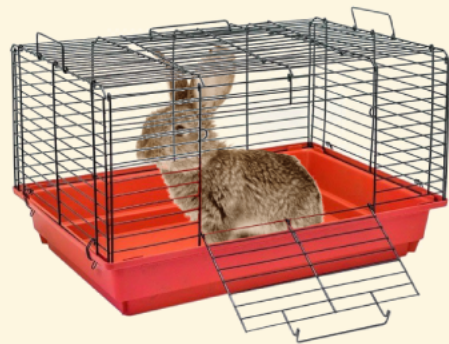
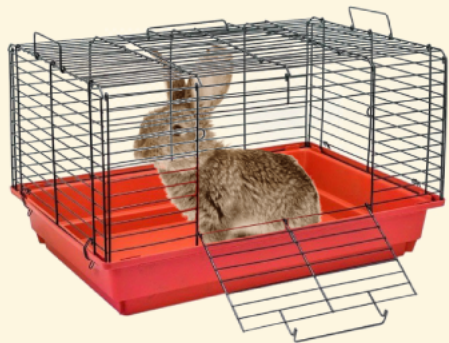
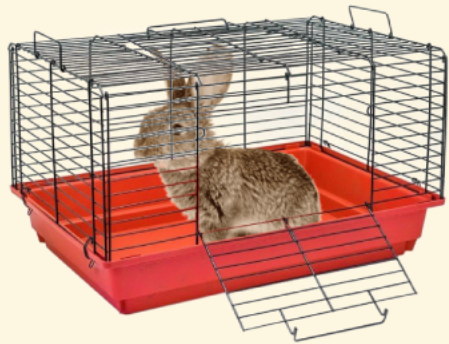
ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

Принцип Дирихле

Если кролики рассажены в клетки, причём число кроликов больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного кролика.





Задачи

1. Докажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5.
2. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся 2 точки на расстоянии 1 метр друг от друга, раскрашенные в один цвет.
3. Докажите, что среди любых шести человек всегда найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

4. В ящике лежат шары: 5 красных, 7 синих и 1 зеленый. Сколько шаров надо вынуть, не глядя, чтобы наверняка достать 2 шара одного цвета?
5. В лесу растет миллион елок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок.
Докажите, что в лесу найдутся две елки с одинаковым числом иголок.
6. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок.
Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 метр, не содержащий внутри себя дырок. (Дырки считайте точечными.)

7. Докажите, что если 21 человек собрал 200 орехов, то есть два человека, собравшие поровну орехов.
8. Каждая клетка таблицы 2015×2015 покрашена в один из 2014 цветов. За ход можно взять строку или столбец и, если там есть две клетки одного цвета, перекрасить эту строку или столбец в этот цвет. Можно ли за несколько ходов покрасить всю таблицу в один цвет?

Домашнее задание

1. Правда ли, что в группе из 13 человек будет хотя бы 2 человека, родившихся в один месяц? *(Ответ доказать)*
2. Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным? А 45 шариков? *(Ответ доказать)*
3. Докажите, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой компании.