

# Теория множеств

Раздел математики, в котором изучаются общие свойства множеств — совокупностей элементов произвольной природы, обладающих каким-либо общим свойством

# Задачи на определения

- Верно ли, что
  - $A \cup B = B \cup A$
  - $A \cap B = B \cap A$
  - $A \setminus B = B \setminus A$
- Верно ли, что
  - $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
  - $A \cap B = A$  тогда и только тогда, когда  $A \subseteq B$
  - $A \setminus B = C$  тогда и только тогда, когда  $A = B \cup C$
- Докажите тождества для любых множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$ 
  - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- В некотором царстве живут маги, чародеи и волшебники. Про них известно следующее: во-первых, не все маги являются чародеями, во-вторых, если волшебник не является чародеем, то он не маг. Правда ли, что не все маги -- волшебники?
- Может ли у множества быть ровно 7 подмножеств?

# Формула включений исключений

1. В классе 35 учеников, из них 20 занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом. 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько биологов увлекаются математикой?
2. Сколько кроликов в большой кроличьей семье, если 7 из них любят капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, а 1 любит и капусту, и морковь, и горох?
3. Каждый десятый математик играет в шахматы, каждый девятый шахматист – математик. Кого больше: шахматистов или математиков?
4. Пол комнаты  $6\text{м}^2$  покрыт тремя коврами, площадь каждого из которых равна  $3\text{м}^2$ . Докажите, что какие-то два из этих ковров перекрываются по площади не менее  $1\text{м}^2$ .
5. Сколько существует целых чисел от 1 до 33000, которые не делятся ни на 3, ни на 5, но делятся на 11?

# Формула включений исключений

1. Дима провёл социальный опрос и выяснил про жителей своего подъезда, что: 25 из них играют в шахматы, 30 были в Архангельске, 28 летали на самолете. Среди летавших на самолете 18 играют в шахматы и 17 были в Архангельске. 16 жителей играют в шахматы и были в Архангельске, притом среди них 15 еще и летали на самолете. От управдома Дима узнал, что всего в подъезде живет 45 человек. Не врет ли управдом?
2. На кафтане площадью 1 размещены 5 заплат, площадь каждой из которых не меньше  $1/2$ . Докажите, что найдутся две заплаты, площадь общей части которых не меньше  $1/5$
3. В группе из 50 ребят некоторые знают все буквы, кроме "р", которую просто пропускают при письме, а остальные знают все буквы, кроме "к", которую тоже пропускают. Однажды учитель попросил 10 учеников написать слово "кот", 18 других учеников – слово "рот", а остальных – слово "крот". При этом слова "кот" и "рот" оказались написанными по 15 раз. Сколько ребят написали своё слово верно?