ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№7 ВКУСОВОЙ КОД

ИЮЛЬ 2015

ЗЕРКАЛОЖКА

ПРОЕКЦИЯ МЕРКАТОРА

Enter

№ 7 | июль 2015
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)
e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать».

Почтовый адрес:
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик».

Кроме журнала, «Квантик» выпускает:

Альманахи – материалы журналов за очередное полугодие в едином издании; вышли в свет уже 5 выпусков!

Плакаты – в комплекте 10 плакатов с занимательными задачами для школьных кабинетов математики и физики.

Календарь загадок – календарь на текущий год с задачей-картинкой на каждый месяц.

Всё это можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11, сайт **biblio.mccme.ru**, или заказать по электронной почте **biblio@mccme.ru**

Где ещё можно купить продукцию «Квантика», смотрите по ссылке:
kvantik.com/kupit.html

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

6+

ISSN 2227-7986

Открыта подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Елена Котко, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84х108/16.
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

ВКУСОВОЙ КОД

Вера Винниченко

Вызывает ли нас к доске учитель математики, пошёл ли папа на кухню к холодильнику, готовит ли мама суп, холодно нам или жарко, хотим мы есть или пить – что бы ни случилось, наш мозг должен точно знать, что происходит вокруг нас и внутри нас. Но мозг умеет говорить только на языке электрических импульсов. Именно поэтому ему нужна специальная команда переводчиков. Эти переводчики называются рецепторами. Так, рецепторы в наших глазах – палочки и колбочки – улавливают свет, рецепторы в ушах – волосковые клетки – улавливают звук, рецепторы кожи улавливают давление и прикосновение и т. д. Один и тот же рецептор может воспринимать разные виды информации. Так, если мы закроем глаза и слегка надавим поверх века, мы увидим захватывающую картину крапинок и вспышек. Это потому, что палочки и колбочки способны реагировать не только на свет, но и на механическое воздействие (давление). Но все же точнее и лучше всего рецепторы распознают свой сигнал. Поэтому когда «звонит» рецептор света, то мозг интерпретирует (понимает) этот сигнал как свет. Такой принцип кодирования информации учёные назвали «принципом меченой линии». Это значит: чтобы понять, что случилось, мозгу важно знать, откуда именно пришёл сигнал.

Во рту у нас тоже имеется специальная команда переводчиков – вкусовые рецепторы. Они переводят энергию различных химических соединений в последовательность электрических импульсов. И в таком «понятном» виде сигнал и поступает в мозг. Мозг радуется понятному сигналу и тотчас его опознаёт. Если пища полезная и вкусная, мозг запускает команды жевания и глотания. Если еда горькая, невкусная, противная, мозг запускает реакцию выплёвывания или даже рвоты. Больше всего вкусовых рецепторов расположено на языке. А вот у рыб, в отличие от нас, вкусовые рецепторы расположены не только в ротовой полости, но и по всей поверхности тела. Поэтому рыбы постоянно ощущают вкус воды, в которой плавают.

Какими бывают эти рецепторы вкуса? Мы рассмотрим четыре основных типа вкусовых рецепторов (солёного, кислого, сладкого и горького) и один дополнительный (умами).

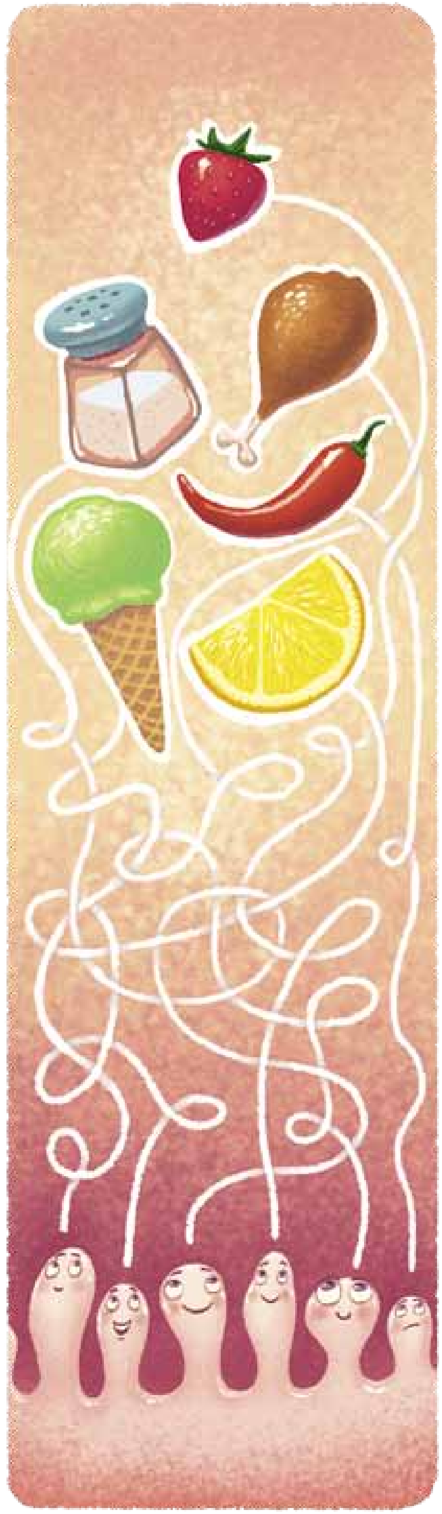
Рецепторы солёного. Все мы знаем, как выглядит соль, которую мама любит сыпать в суп, – это маленькие белые кристаллики хлорида натрия $NaCl$. Но стоит только очутиться этим кристалликам в супе или у нас во рту, как они начинают растворяться, распадаясь на отдельные частицы: положительно заряженные частицы натрия Na^+ и отрицательно заряженные частицы хлора Cl^-. Рецептор солёного находит и связывает ионы Na^+. Как только они связываются, рецептор отдаёт в мозг электрический импульс – специальный сигнал. И мы ощущаем солёный вкус.

Рецепторы кислого. Лимон, уксус, клюква содержат большое количество ионов водорода H^+. Как только рецепторы кислого связываются с ионами водорода H^+, рецепторы посылают электрический сигнал в мозг. И мы ощущаем кислый вкус.

Рецепторы сладкого и горького. Все мы хорошо знаем, как приятно на вкус малиновое варенье и какие горькие на вкус редька, грейпфрут и чистый чёрный кофе без молока и сахара. Но генетики доказали удивительный факт: рецепторы сладкого и горького – близкие родственники. Рецепторы сладкого реагируют на глюкозу. Рецепторы горького – на такие вещества, как хлорид кальция и различные растительные алкалоиды – хинин, атропин, кофеин. Большинство лекарств делают на основе растительных алкалоидов – вот почему лекарства обычно горькие.

В 1909 году в Японии жил физиолог Кикунае Икеда, который очень любил макать всё, что ему дают на обед, в соусы, изготовленные из морских водорослей. Кикунае очень хотел понять, почему эти соусы делают еду такой вкусной. Он долго разлагал на простые компоненты все соусы, которые ему попадались, и наконец выделил вещество, которое искал – это оказался глутамат натрия. Глутамат связывается со специальными рецепторами, вызывая «мясной вкус». Кикунае назвал этот вкус «умами», что означает по-японски «очень вкусно». Так был открыт пятый вид вкуса – умами.

Невкусовые рецепторы во рту. Конечно, в ротовой полости имеются не только вкусовые рецепторы.



Художник Евгений Паненко

Например, там есть рецепторы холодного и горячего. Если мы с вами начнём есть мороженое, то сработают холодовые, а вот когда мы едим горячий суп или пьём горячий чай, активируются рецепторы горячего.

Мы уже говорили, что рецепторы специализируются на своём сигнале, но могут реагировать на другие стимулы, например, на разные химические вещества. Например, от мяты во рту ощущается холод. Это потому, что мята содержит ментол. Ментол связывается химически с холодовым рецептором и активирует его «нелегально», «обманывая» наш мозг. Поскольку нервный импульс поступает от холодового рецептора, мозг согласно принципу «меченой линии» интерпретирует сигнал как холод.Если вам когда-нибудь попадется красный перец чили, ни в коем случае не кусайте его сразу. Пусть сначала попробует папа. Перец чили с виду очень похож на сладкий болгарский перец и является его ближайшим родственником. Но при этом перец чили содержит жгучее вещество капсаицин, активирующее тепловые рецепторы. Капсаицин вызывает сильное жжение, все во рту прямо-таки горит огнем. Поэтому если папа, пожевав перец, закричит – значит, этот перец был не болгарский.

Однако в ощущении вкуса важна информация не только от вкусовых рецепторов: при формировании команды мозг учитывает также вид и запах пищи. Если посадить папу на диван, завязать ему глаза, попросить зажать нос и дать ему по маленькому кусочку яблока и лука, папа может их перепутать. Это не потому, что папа устал и ему неинтересно. Это потому, что мы привыкли ориентироваться на зрительную информацию. Лучшие шеф-повара и гурманы специально тренируются по запаху и вкусу, вслепую различать тысячи специй, масел, сыров, сорта овощей и фруктов. Попробуйте самостоятельно провести следующие эксперименты.

1 Как изменится вкус еды, если её сначала положить в рот, а потом уже сделать вдох (носом, разумеется)?

2 Как меняется вкус еды по мере её разжёвывания? Ослабляется или усиливается? Появляются ли новые вкусы?

3 Что поменяется в ощущении вкуса, если во время жевания закрыть глаза?

В огороде БУЗИНА...

Игорь Акулич

...а в Киеве, как известно, дядька. А кому до Киева далеко, то пусть дядька обитает, например, в Подольске или Воскресенске. Дело-то не в этом, а в задачах, условия которых полностью соответствуют данной поговорке, но, как ни странно, решения такие задачи все-таки имеют. И вот первый пример – широко известный.

Представьте себе, что вы – машинист. Ваш паровоз тянет поезд, состоящий из 10 вагонов с углём, 20 вагонов с лесом и 30 цистерн с мазутом, а сзади прицеплен ещё и почтово-багажный вагон. Сколько лет машинисту?

Вопрос, казалось бы, совершенно к делу не относится. Действительно – в огороде бузина... и т.д. Но если вдуматься, то ключ-то на поверхности, а именно – во фразе «Представьте себе, что *вы* – машинист». Так что для ответа на вопрос надо лишь вспомнить, сколько вам лет.

«Ну, это не математика!» – может заявить читатель. Согласимся, что не совсем. Тогда вот другой пример.

Два математика ехали в трамвае. Один постоянно смотрел в окно, другой всю дорогу дремал. При очередной остановке у светофора смотревший в окно воскликнул:

– Удивительное совпадение!

– Что такое? – проснулся второй.

– Представляешь, со мной недавно казус вышел. Складывал я на калькуляторе два натуральных числа. Если бы я сделал всё правильно, то сумма была бы равна номеру вон того «Мерседеса». Но я почему-то в первом слагаемом набрал цифры в обратном порядке, а у второго вообще пропустил одну цифру. И потому сумма оказалась равной номеру вон тех «Жигулей». Так вот скажи: сможешь ли ты определить, какую цифру я пропустил?

– Нет, – поразмыслив, ответил второй. – Этих данных недостаточно.

– Хорошо, добавлю: она равна номеру дома, мимо которого мы проехали полчаса назад.

– Ну, тогда я могу назвать эту цифру.

Назовите и вы.

Похоже, и эта задача бузиной пахнет! Во-первых, к чему номера автомобилей, если они нам неизвестны? А номер дома – вообще ни к селу, ни к городу, ведь второй математик его даже не видел, поскольку спал!

Тем не менее, решение есть, и основано оно на известном признаке делимости на 9, который в самом «развёрнутом» виде можно сформулировать так: остаток от деления натурального числа на 9 равен остатку от деления на 9 суммы его цифр.

Пусть остатки от деления на 9 номеров «Мерседеса» и «Жигулей» равны соответственно $М$ и $Ж$. Рассмотрим две возможности:

1) $М \neq Ж$. Зададимся вопросом: почему остатки могут различаться? Ясно, что запись цифр первого слагаемого в обратном порядке здесь ни при чём: делимость на 9 связана лишь с суммой цифр, которая при этом не меняется. Значит, дело лишь в той самой пропущенной цифре – именно она вызывает расхождение. Используя признак делимости на 9, можно (зная $М$ и $Ж$) легко определить эту цифру: она равна $М - Ж$, если $М > Ж$, или равна $9 + М - Ж$, если $М < Ж$. Так что если остатки от деления на 9 номеров автомобилей были бы различны, то второй математик сумел бы однозначно указать пропущенную цифру, но по условию он этого сделать не смог. Значит, этот случай не имел места.

2) $М = Ж$. Совпадение остатков, как явствует из того же признака делимости на 9, возможно, если пропущенная цифра не влияет на остаток от деления на 9. Но таких возможных цифр две: 0 и 9, и теперь понятно, почему второй математик не мог сразу назвать пропущенную цифру. Значит, имел место именно этот случай.

Итак, первый математик пропустил либо ноль, либо девятку. А в конце разговора он добавил, что эта цифра равна номеру дома. Но номер дома не может равняться нулю[1]! Стало быть, остается единственная возможность: пропущенная цифра – это 9. Таков ответ.

Задача 1. Убедитесь, что уточнение про номер дома необходимо: придумайте номера «Мерседеса» и «Жигулей», которые можно получить способом первого математика и удаляя 0, и удаляя 9.

Иногда приходится привлекать к решению дополнительные данные, находящиеся «за границей» условия. Такие задачи, конечно, решаются труднее. Вот пример.

[1] Первоначально была мысль вообще не выходить в условии за «транспортные» рамки, то есть вместо слов «...равна номеру дома, мимо которого мы проехали полчаса назад» написать, например, так: «...равна номеру автобуса, который обогнал нас полчаса назад». Но пришлось отказаться от этой идеи по следующей причине: будучи как-то в Москве, автор увидел автобус с номером маршрута «0»! По-видимому, это был какой-то временный или добавочный маршрут, но, во всяком случае, нулевые номера автобусов бывают! А вот нулевых номеров домов встречать не приходилось.

Высота египетской пирамиды (в метрах) больше произведения двух нечётных двузначных чисел, но меньше квадрата их полусуммы. Как звали фараона?

У поклонников популярной когда-то группы «Наутилус Помпилиус», несомненно, в голове крепко сидит Тутанхамон (тем более что он был, согласно песне, очень умён). Но это вряд ли относится к делу. Вот если бы были указаны те самые двузначные числа, то ещё можно было бы на что-то надеяться: узнать, в каких пределах лежит высота пирамиды, и с помощью учебника истории (или энциклопедии, если учебника недостаточно) постараться определить её хозяина. И тем не менее попытаемся. Если эти два числа одинаковы, то их произведение равно квадрату полусуммы, что недопустимо (ибо высота пирамиды должна лежать, по условию, между этими числами). Поэтому они различны. Наименьшее возможное значение произведения двух различных нечётных двузначных чисел равно $11 \cdot 13 = 143$, следующее по величине – $11 \cdot 15 = 165$, остальные ещё больше. А теперь воспользуемся учебником, где чёрным по белому сказано, что пирамид выше 165 метров в Египте нет. Поэтому два числа, о которых говорится в условии, – именно 11 и 13. Квадрат их полусуммы равен 144. Итак, высота пирамиды лежит между 143 и 144 м. Снова ныряем в учебник и узнаём, что лишь одна пирамида имеет подходящую высоту 143,5 м. Это вторая по высоте пирамида[2], и захоронен в ней был Хефрен (иногда говорят – Хафра). Между прочим, как раз его лицо имеет знаменитый Сфинкс.

Как видите, не следует сразу впадать в панику, встретив «бузинно-дядечную» задачу. Вполне вероятно, что решение есть. Но будьте внимательны: необходимая информация может быть искусно замаскирована, так что смотреть надо в оба! А для тренировки попробуйте решить такую задачу.

Задача 2. Витя и его младший брат Митя купили по книге. Затем каждый из них подсчитал сумму цифр номеров всех страниц своей книги и выяснил, что она равна году его рождения. Как зовут того из братьев, который учится в школе с математическим уклоном?

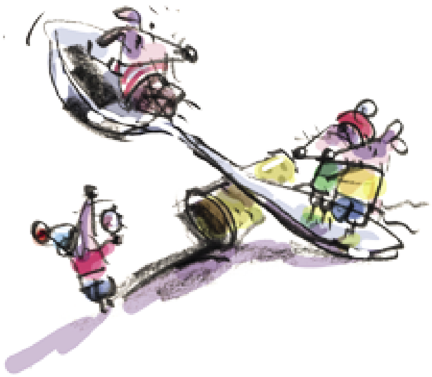
Обратите внимание: братья подсчитали не сумму номеров, а сумму цифр, из которых состоят номера!

[2] А первая по высоте – это знаменитая пирамида Хеопса (он же Хуфу) высотой 146,6 м.

Художник Анна Горлач

ЗЕРКАЛОЖКА

Наверняка вы хоть раз глядели в ложку как в зеркало. Если нет – найдите ближайшую ложку и посмотрите на её вогнутую поверхность. Ваше отражение будет перевернутым! В этой статье мы попробуем разобраться, почему так происходит.



По большому счёту, ложка является искривлённым зеркалом, поэтому нам нужно научиться объяснять то, что мы видим в зеркалах, в том числе в зеркалах сложной формы.

Ноль зеркал. Начнём с самого простого: попробуем понять, как мы видим предметы. Простого – громко сказано: разные детали и особенности нашего зрения можно обсуждать бесконечно. Нам будет нужно знать только то, что луч света, отражаясь от предмета, попадает к нам в глаз – поэтому мы этот предмет и видим. Это схематично изображено на рисунке 1.

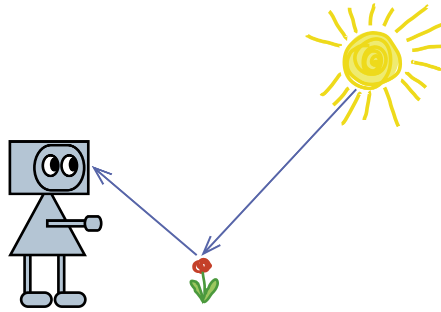


Рис. 1

Одно зеркало. Однако луч может попасть к нам в глаз не напрямую, а отразившись по дороге от зеркала. Выполняется такой закон: угол падения равен углу отражения. Это означает, что углы, отмеченные на рисунке 2, равны.

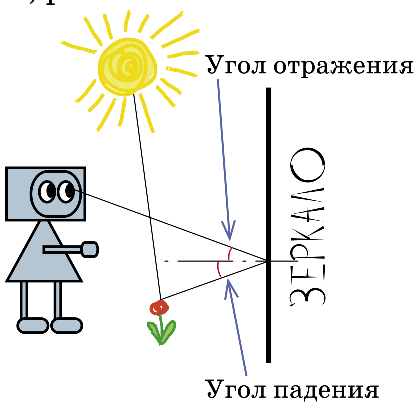


Рис. 2

Для наших целей будет удобнее представлять себе весь этот процесс немного иначе. Давайте мысленно расположим по ту сторону зеркала целый зазер-

кальный мир, симметричный обычному. Тогда зеркало станет окном в это зазеркалье. Действительно, посмотрим на рисунок 3: так как угол падения равен углу отражения, Квантик, глядя в зеркало по лучу AX, увидит цветок, в который упирается отражённый луч XB. Но если бы луч AX прошёл сквозь зеркало как через окно (то есть пошёл бы дальше по лучу XB'), он бы упёрся в симметричный зазеркальный цветок, то есть Квантик увидел бы то же самое.

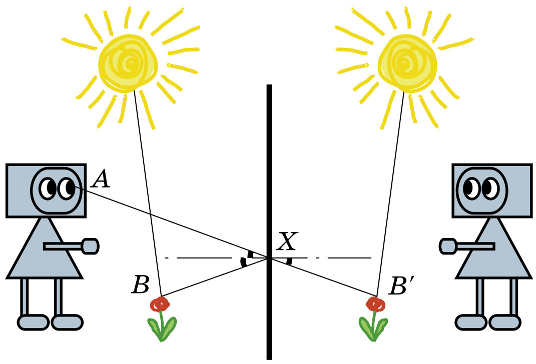


Рис. 3

Одно наклонённое зеркало. А что будет, если зеркало наклонить, например, на себя? Где тогда окажется зазеркальный двойник Квантика (назовём его Китнавк – это слово Квантик, прочитанное наоборот)? Применим хитрость: повернём не зеркало, а Квантика. Ведь нам важно только взаимное расположение Квантика и зеркала. То, что получится, вы видите на рис. 4, а. Теперь повернём всю картинку, поставив Квантика на место (рис. 4, б). В итоге Квантик увидит перед собой ноги, а не лицо Китнавка.

Этот результат легко проверить: смотрясь в зеркальце, наклоните его на себя – отражение поднимется, наклоните от себя – отражение опустится.

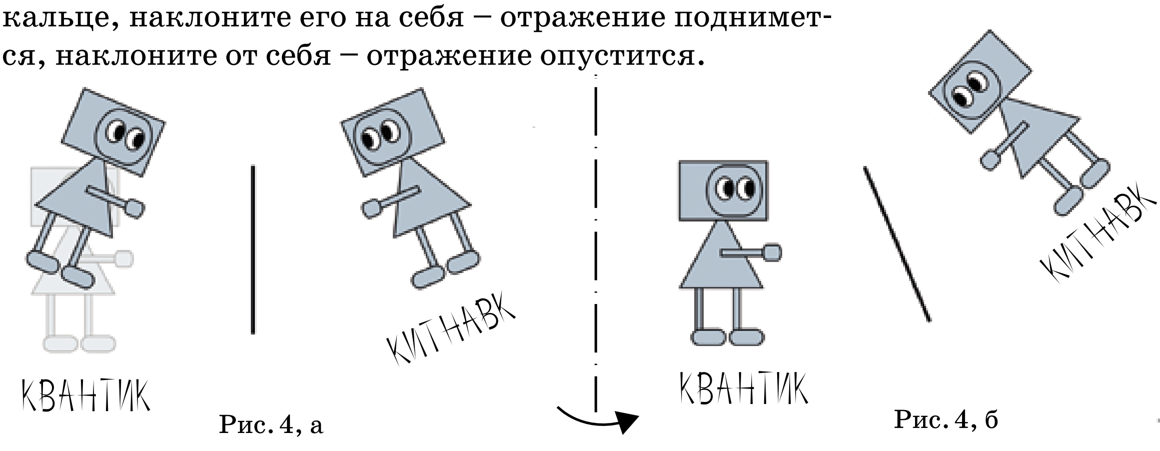


Рис. 4, а

Рис. 4, б

Много зеркал. Теперь расположим множество небольших зеркал по дуге окружности. Уже напоминает большую ложку, не правда ли? Сначала поместим Квантика в центре этой окружности. Тогда Квантик увидит в центре каждого зеркала своё лицо. Ведь на какое бы зеркало он ни посмотрел, «луч его взгляда» будет перпендикулярен зеркалу, и относительно этого «луча взгляда» зеркало не будет наклонено.

Если теперь Квантик отойдёт подальше, то относительно новых «лучей взгляда» верхние зеркала окажутся наклонёнными на Квантика, а нижние – от него (см. рис. 5). Поэтому в центре верхнего зеркальца Квантик увидит ноги верхнего Китнавка, а в центре нижнего зеркала – макушку нижнего Китнавка. Итого, в зеркалах сверху вниз видны отдельные части Китнавка, пока ещё не перевёрнутые, но в порядке снизу вверх.

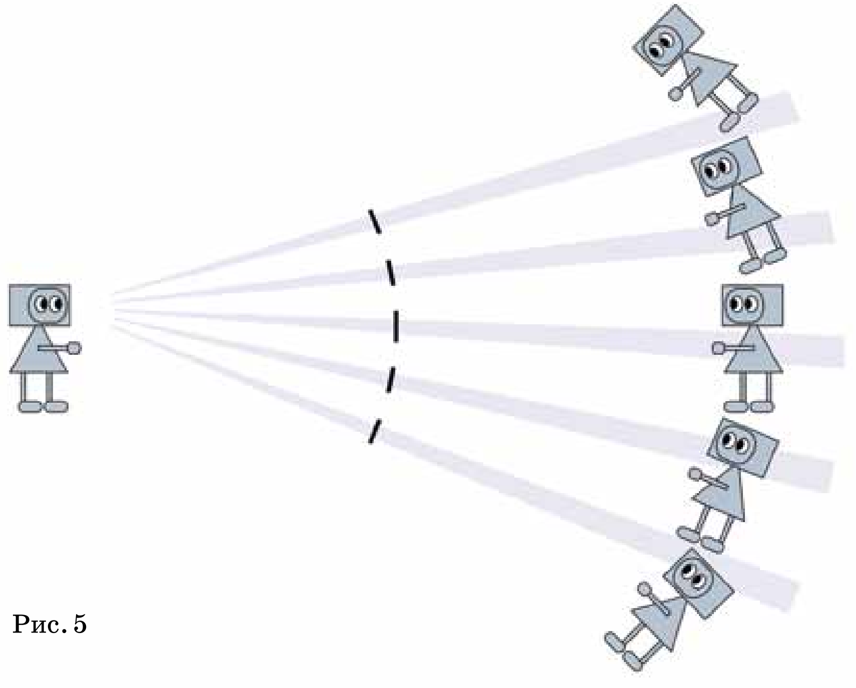


Рис. 5

«Склеим» отражения. Представить себе, что в итоге увидит Квантик, не так уж просто. Давайте проведём эксперимент с чем-нибудь попроще, например, с треугольником. Сначала разрежем его на четыре части, а потом сложим эти части в обратном порядке (рис. 6). Получится нечто несуразное. Но вот если частей

сделать хотя бы восемь, то результат уже будет напоминать перевёрнутый треугольник. И чем больше частей, на которые мы резали треугольник, тем меньше заметны шероховатости в собранном задом наперёд изображении.

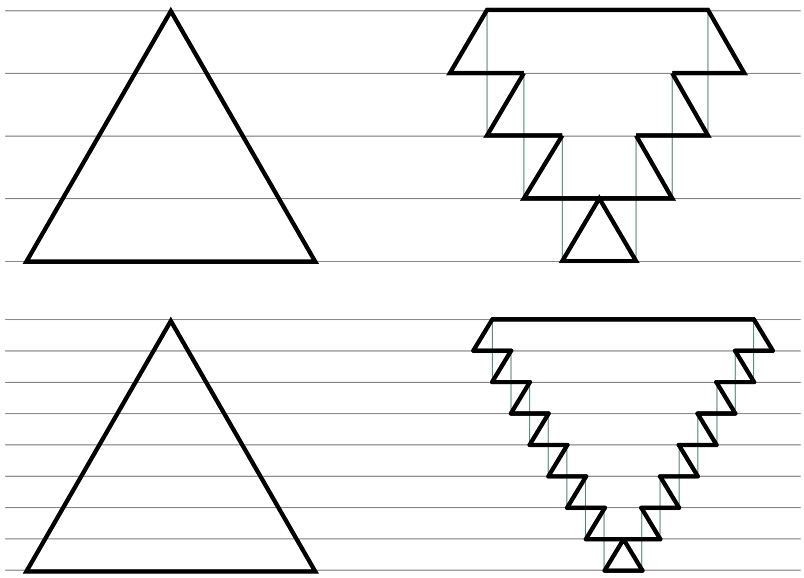


Рис. 6

То же произойдёт и с Китнавком. Квантик будет смотреть по сути в много узеньких щёлочек, в каждой из которых виден кусочек Китнавка. Вместе они соберутся в шероховатого перевёрнутого Китнавка, как до этого у нас собирался перевёрнутый треугольник.

Одно искривлённое зеркало. Осталось просто представить, что ложка состоит из очень маленьких плоских зеркал. Таких маленьких, что с нашей точки зрения они сливаются в сплошную изогнутую поверхность, а отдельные отражения в каждом из них – в сплошное перевёрнутое изображение.

Попробуйте теперь самостоятельно ответить на пару вопросов (ответы – в следующем номере):

1. Которое из своих ушей вы видите справа, когда смотрите в ложку?

2. Почему изображение вытянуто вдоль ложки?

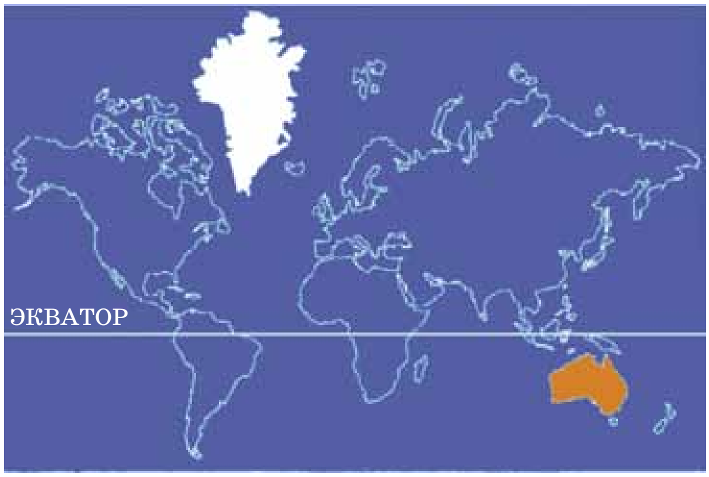
3. Почему и во внутренней, и во внешней стороне ложки видно ваше уменьшенное изображение?

Художник Сергей Чуб

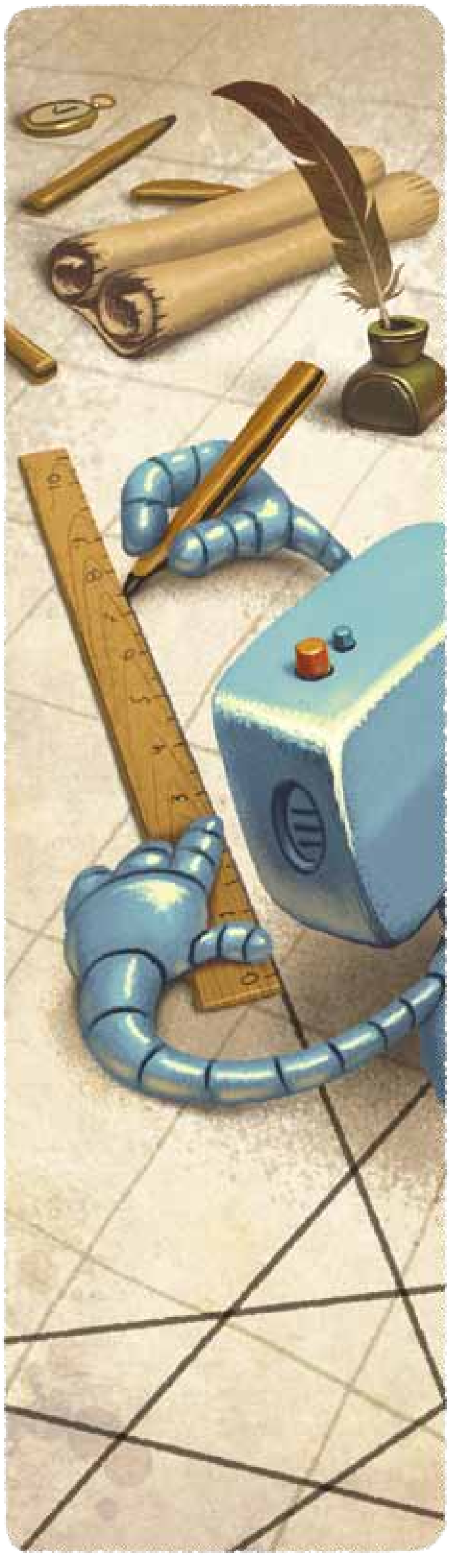
Андрей Щетников

ПРОЕКЦИЯ МЕРКАТОРА

Посмотрите на эту карту и скажите, какая территория больше по площади: Гренландия, помеченная белым, или Австралия, помеченная оранжевым? Кажется, что Гренландия больше Австралии раза в три по крайней мере.

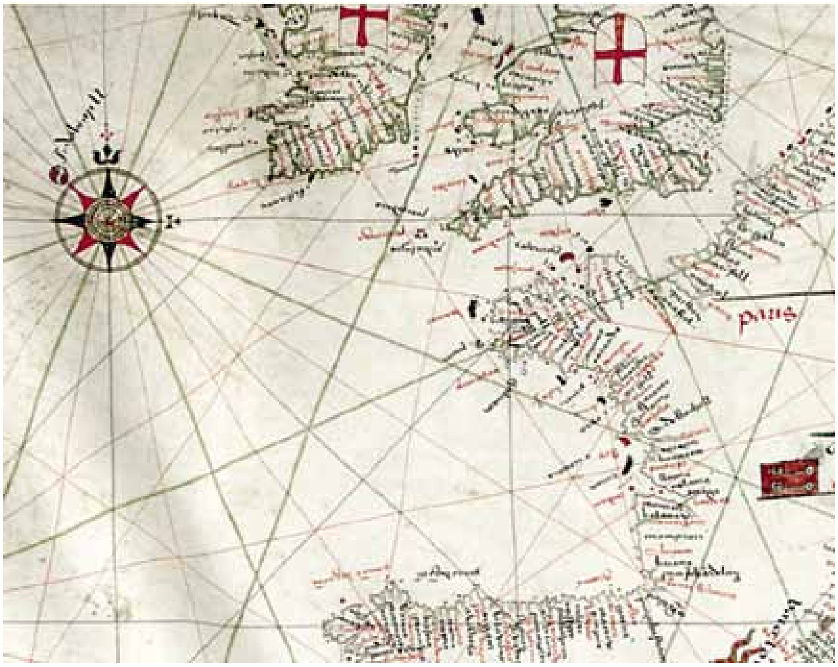


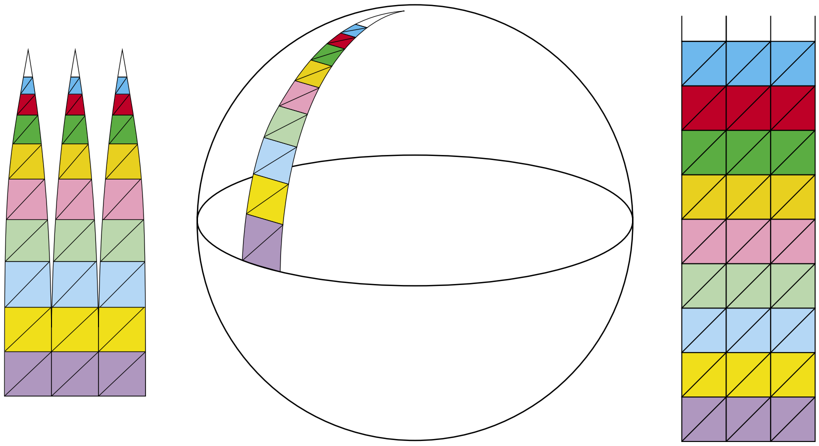
Но, заглянув в справочник, мы к своему удивлению прочитаем, что площадь Австралии составляет 7,7 млн км^2, а площадь Гренландии – только 2,1 млн км^2. Так что Гренландия кажется такой большой только на нашей карте, а в действительности она меньше Австралии примерно в три с половиной раза. Сравнивая эту карту с глобусом, можно заметить, что чем дальше от экватора находится территория, тем сильнее она растянута.



Карта, которую мы с вами рассматриваем, построена с помощью картографической проекции, которую придумал в XVI веке фламандский учёный Герард Меркатор. Он жил в эпоху, когда прокладывались новые торговые пути через океаны. Колумб открыл Америку в 1492 году, а первое кругосветное плавание под руководством Магеллана состоялось в 1519–1522 годах – когда Меркатору было 10 лет. Открытые земли надо было наносить на карты, а для этого надо было научиться изображать на плоской карте круглую Землю. И карты надо было делать такими, чтобы капитанам было удобно ими пользоваться.

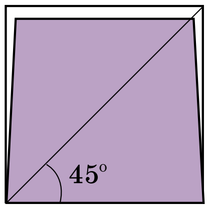
А как капитан пользуется картой? Он прокладывает по ней курс. Мореплаватели XIII–XVI века пользовались портуланами – картами, на которых изображался бассейн Средиземного моря, а также лежащие за Гибралтаром побережья Европы и Африки. На такие карты была нанесена сетка румбов – линий постоянного направления. Пусть капитану нужно проплыть в открытом море от одного острова до другого. Он прикладывает к карте линейку, определяет курс (например, «на юго-юго-восток») и отдаёт рулевому приказ держать этот курс по компасу.





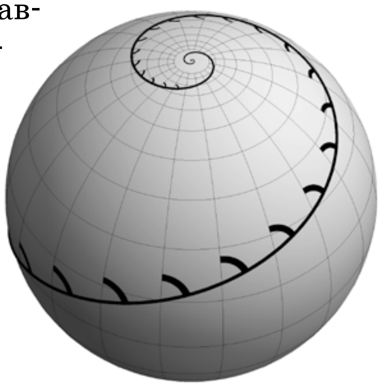
Идея Меркатора состояла в том, чтобы сохранить принцип прокладки курса по линейке и на карте мира. То есть, если держать по компасу постоянное направление, то путь на карте будет прямой. Но как это сделать? И здесь на помощь картографу приходит математика. Мысленно разрежем глобус на узкие полоски по меридианам, как показано на рисунке. Каждую такую полоску можно без особых искажений развернуть на плоскости, после чего она превратится в треугольную фигуру – «клин» с искривлёнными боковыми сторонами.

Однако глобус при этом оказывается рассечённым, а карта должна быть сплошной, без разрезов. Чтобы этого добиться, разделим каждый клин на «почти квадраты». Для этого из нижней левой точки клина проведём отрезок под углом 45° до правой стороны клина, оттуда проведём горизонтальный разрез до левой стороны клина – отрезали первый квадрат. Из точки, где кончается сделанный разрез, снова проведём отрезок под углом 45° до правой стороны, потом горизонтальный – до левой, отрезая следующий «почти квадрат», и так далее. Если исходный клин был очень узким, «почти квадраты» будут отличаться от настоящих квадратов совсем незначительно, поскольку их боковые стороны будут почти вертикальными.



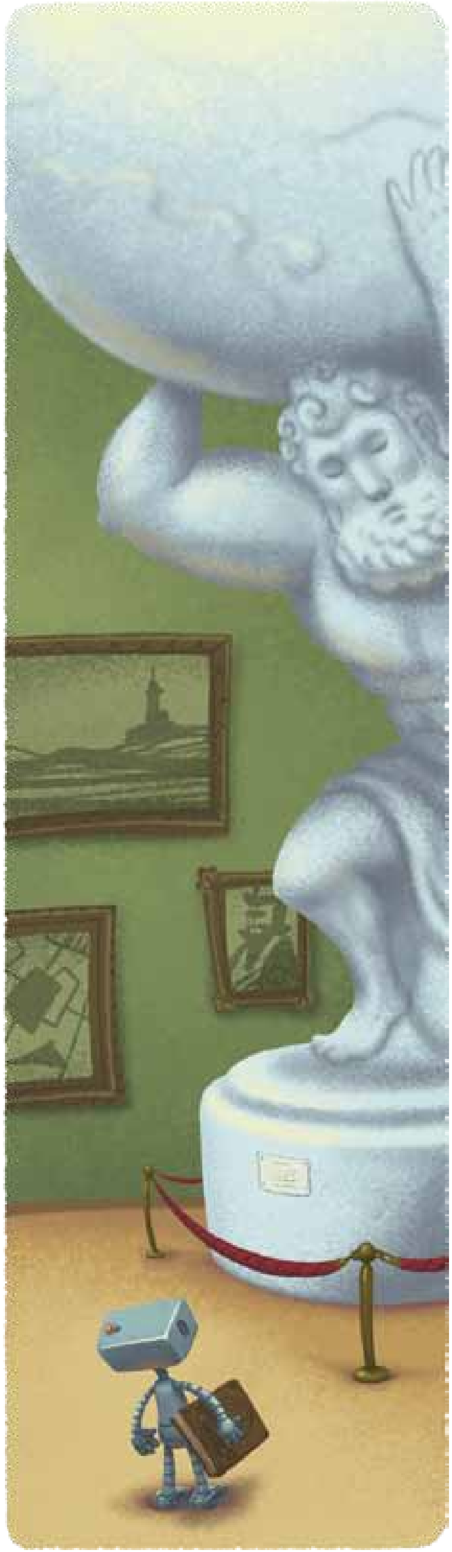
Выполним завершающие действия. Выпрямим «почти квадраты» до настоящей квадратной формы. Как мы поняли, искажения при этом можно сделать сколь угодно малыми, уменьшая ширину клиньев, на которые мы режем глобус. Квадраты, прилежавшие на глобусе к экватору, выложим в ряд. На них уложим по порядку все остальные квадраты, растянув их перед этим до размеров приэкваториальных квадратов. Получится сетка из квадратов одного размера. Правда, при этом параллели, равноотстоящие на карте, уже не будут равноотстоящими на глобусе. Ведь чем дальше исходный квадрат на глобусе отстоял от экватора, тем большему увеличению он подвергся при переносе на карту.

Однако углы между направлениями при таком построении останутся неискажёнными, потому что каждый квадрат практически только изменился в масштабе, а направления при простом увеличении картинки не меняются. И именно этого добивался Меркатор, когда он придумывал свою проекцию! Капитан может прокладывать свой курс на карте по линейке и вести по этому курсу свой корабль. При этом корабль будет плыть по линии, идущей под одним и тем же углом ко всем меридианам. Эта линия называется *локсодромией*.



Плавание по локсодромии очень удобно, поскольку оно не требует никаких специальных расчётов. Правда, локсодромия не является кратчайшей линией между двумя пунктами на земной поверхности. Такую кратчайшую линию можно определить, натянув на глобусе нитку между этими пунктами.

В 1571 году Меркатор завершил свою главную работу – всеобъемлющий труд по картографии. Меркатор вспомнил миф об Атланте, или Атласе, который держит на своих плечах небесный свод. Сборник карт всей земной поверхности, как бы держащей на себе небеса, он и назвал атласом. С тех пор слово «атлас» стало обычным для собрания карт.



Художник Евгений Паненко

ЩЕЛКУНЧИК

выпуск 12 2/3 ПРАВ/ды

Сергей Федин

До сих пор все три истории в каждом выпуске этой рубрики касались историй из жизни знаменитых людей. На этот раз перед вами три «кусочка» сказки – два из них взяты из сказки Э. Т. Гофмана «Щелкунчик», а ещё один, хоть и стилизован под Гофмана, выдуман автором рубрики. Как и раньше, обнаружить его можно по какой-нибудь несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ИСТОРИЯ ПЕРВАЯ

Мари больше не владела собой.

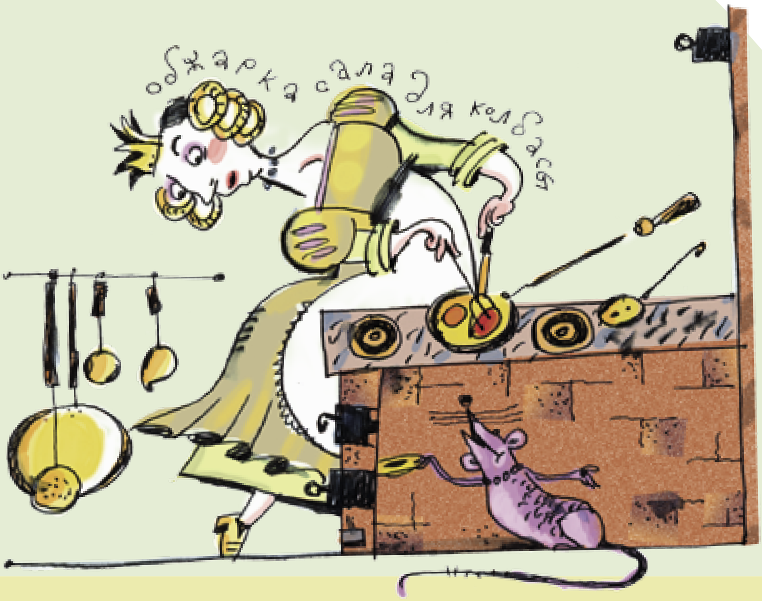
– О мой бедный Щелкунчик! – воскликнула она, рыдая, и, не отдавая себе отчёта в том, что делает, сняла с левой ноги туфельку и изо всей силы швырнула ею в самую гущу мышей, прямо в их короля.

В тот же миг все словно прахом рассыпалось, а Мари почувствовала боль в левом локте, ещё более жгучую, чем раньше, и без чувств повалилась на пол.

ИСТОРИЯ ВТОРАЯ

Наступил самый важный момент: пора было разрезать на ломтики сало и поджаривать его на золотых сковородах. Придворные дамы отошли в сторонку, потому что королева из преданности, любви и уважения к царственному супругу собиралась лично заняться этим делом. Но как только сало начало зарумяниваться, послышался тоненький, шепчущий голосок:

– Дай и мне отведать сальца, сестрица! И я хочу полакомиться – я ведь тоже королева. Дай и мне отведать сальца!



ИСТОРИЯ ТРЕТЬЯ

– У меня есть ещё один подарок, – загадочно произнёс Дроссельмейер и ловко открыл перламутровый ящичек.

Дети ахнули. На блестящем палисандровом поле, разделённом на чёрные и белые клетки, двигались, как живые, шахматные фигурки из золота и серебра, разыгрывая удивительную партию. Но ещё больше восхитились Фриц и Мари, когда узнали, что фигурки не только двигаются, но и разговаривают! Как раз в этот момент серебряный конь, передвинувшись на соседнюю к золотому королю клетку, изящно наклонил свою роскошную гриву и вежливо произнёс:

– Вам шах, ваше величество!

Фриц даже выронил от изумления игрушечного гусара, а Мари захлопала в ладоши.

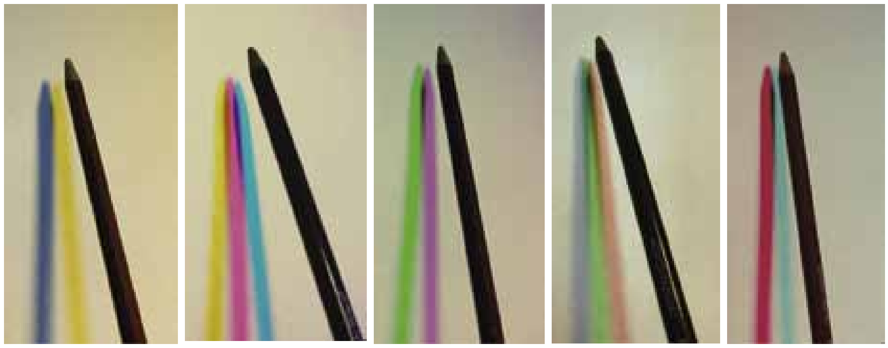
Художник Капыч

Александр Бердников

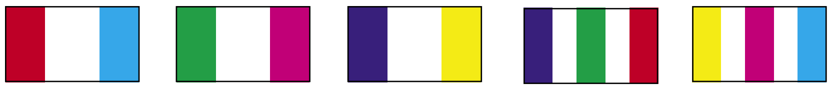
ЦВЕТНЫЕ ТЕНИ

Задача

В «Квантике» № 6 за 2015 год мы просили разобраться с тем, какого цвета получаются тени (фото 1–5) при освещении карандаша разными наборами цветов (а–д).



1 2 3 4 5



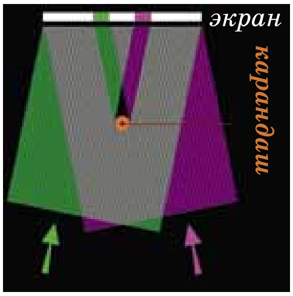
а) б) в) г) д)

Первым делом в голову приходит выбрать, не мудрствуя, тот ответ, на котором изображены в точности цвета теней с фотографии, благо при таком алгоритме каждому фото найдётся парная картинка. Но этот путь ведёт прямиком в ловушку, расставленную на небрежных читателей.

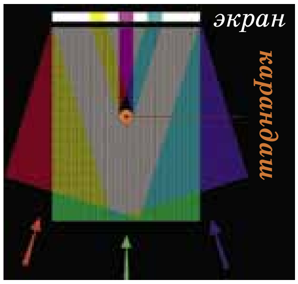
Если карандаш осветить, например, только красным фонарём, то тень получится уж точно не красная: ведь свет от красного фонаря на тень как раз не попадает! Так что краснее будет не тень, а, наоборот, остальной фон.

Решение

Проще всего разобраться с двуцветными примерами, например, когда есть зелёный и фиолетовый фонари. Тогда весь фон освещён обоими цветами, а каждая из теней – только одним (см. рис. на следующей странице). Так что на тень от зелёного фонаря светит только фиолетовый фонарь, и она будет фиолетовой. Аналогично, тень от фиолетового фонаря будет зелё-



ной. Те же рассуждения можно повторить в любом другом случае с двумя фонарями, и правильный ответ тут совпадает с результатом «бездумного тыка». Правда, мы убедились, что предположение «какого цвета фонарь, такого цвета и тень от него» неверно.



Перейдём к случаю с тремя фонарями – красным, зелёным и синим. Тут нас поджидает ловушка: тень от красного фонаря освещена и зелёным светом, и синим (рис. справа)! Дальше можно рассуждать так: вместе зелёное и синее освещения дадут что-то среднее – голубое, красный с синим дадут фиолетовый, а красный с зелёным – жёлтый. Тени получаются совсем другого цвета, нежели фонари!

Правда, такой путь рассуждений не очень-то надёжен, если вы прикидываете смеси «на глаз». Гораздо убедительней такое соображение: на фото с жёлтой, фиолетовой и голубой тенями можно разглядеть цвета на пересечении *двух* теней. Эти пересечения красного и синего цветов. Каждое из них освещается только *одним* фонарём, а значит, среди фонарей есть красный и синий. Со второй тройкой этот приём работает плохо – по техническим причинам в грязных цветах сложно узнать жёлтый и голубой. Но у нас осталась только одна картинка и один набор цветов, да и соображения из предыдущего абзаца подтверждают, что они друг другу подходят.

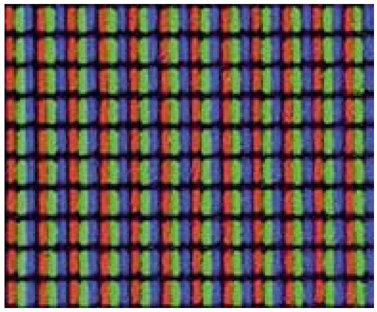
Теория

Это всё здорово, но такое решение оставляет неудовлетворённость. В задании имелись поблажки: комбинации фонарей были известны; а как найти их цвета только по фотографиям?

К тому же, мы видели все тени и их пересечения. А если на фото попадёт только одна из теней и фон рядом (как на фото справа) – как напрямую определить цвет фонаря, оставившего эту тень, по её цвету?

Всё освещение, кроме света от того фонаря, который мы хотим определить, назовём «засветкой». Тень карандаша освещает только засветка, а фон сбоку от тени освещён и фонарём, и засветкой. Таким образом, чтобы получить цвет фонаря, надо из фона «вычесть» засветку, то есть «вычесть» цвет тени. Что же это значит и как к такой задаче подойти?

Тут нужно объяснить, как мы вообще воспринимаем цвета. Вкратце дело обстоит так. В глазу есть три типа светочувствительных клеток: одни реагируют на оттенки красного, другие – зелёного, третьи – синего. Всё многообразие видимых оттенков получается из того, насколько сильно каждый из типов клеток возбуждён падающим на них светом. Это позволяет, например, использовать в мониторах пиксели только трёх цветов (см. фото справа). Меняя их яркость, можно получить большинство оттенков. Так что теперь мы можем закодировать цвет тремя числами: яркостью красных, зелёных и синих пикселей; обозначим эти числа R, G и B (от англ. red, green и blue). Этот способ кодирования кратко обозначается RGB.

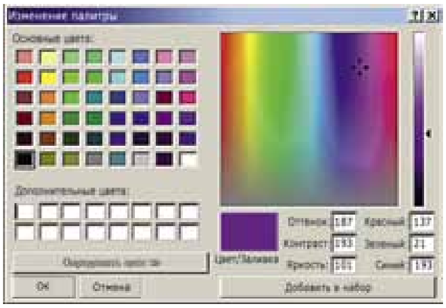


Фотография участка монитора крупным планом.

Имея на руках такое описание, уже легко складывать и вычитать цвета. Пусть, к примеру, цвет фона ($R_{фон}$, $G_{фон}$, $B_{фон}$), а цвет тени – ($R_{тень}$, $G_{тень}$, $B_{тень}$). Тогда легко найти цвет фонаря (R_x,G_x, B_x). Напомним рассуждение: цвет фона складывается из цвета фонаря и цвета тени (который равен цвету засветки). Значит, $(R_{фон}, G_{фон}, B_{фон}) = (R_x, G_x, B_x) + (R_{тень}, G_{тень}, B_{тень})$, откуда $(R_x, G_x, B_x) = (R_{фон}, G_{фон}, B_{фон}) - (R_{тень}, G_{тень}, B_{тень})$, где сложение и вычитание производятся почленно, то есть $R_x=R_{фон}-R_{тень}$ и так же с G и B.

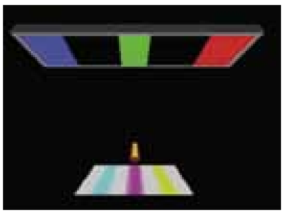
Практика

Мы разобрались, что значит «сложение» и «вычитание» цветов. Но чтобы решить задачу, нужно научиться на практике переводить цвет в тройку чисел и наоборот. Для картинок в электронном формате это



легко сделать с помощью компьютера. Откройте изображение в графическом редакторе (Paint'е, например). Инструментом «Пипетка» возьмите цвет интересующего участка фотографии. Затем в меню выберите «Палитра» ⇒ «Изменение палитры». В открывшемся окне вы увидите справа выбранный цвет и числа, соответствующие содержанию в нём красного, зелёного и синего. И наоборот, чтобы увидеть цвет, соответствующий данной тройке *RGB*, вбейте эти числа в те же поля, и вы увидите цвет, получающийся при такой комбинации. Только учтите, что Paint не обслуживает числа, большие 255.

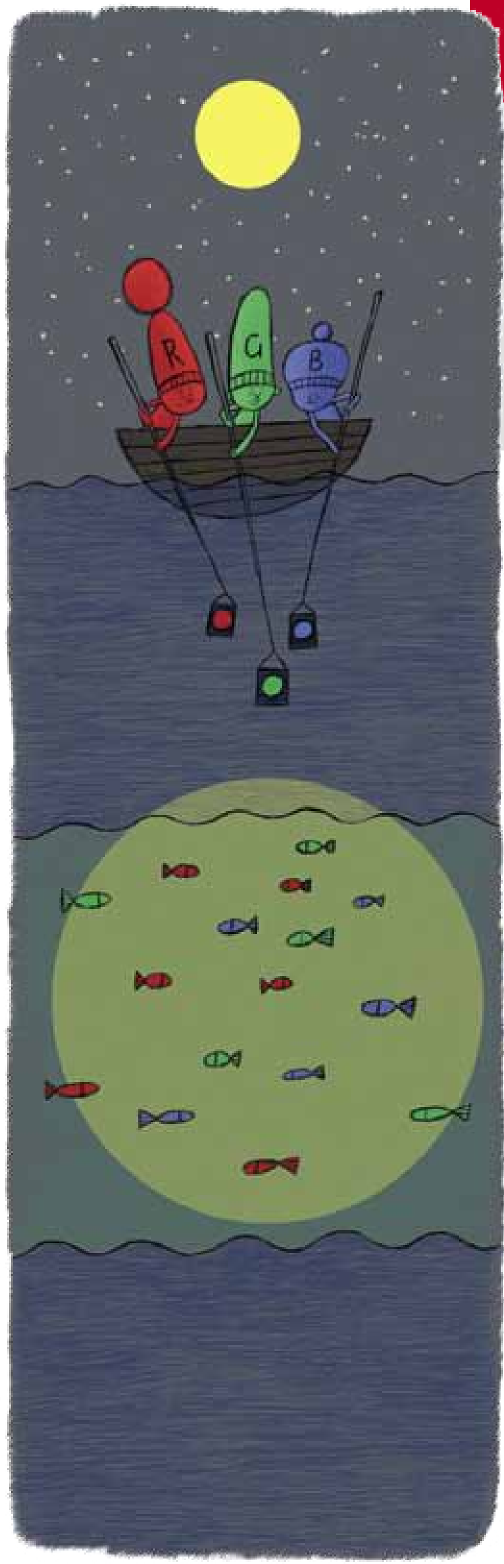
С помощью той же программы легко повторить и сам опыт с цветными тенями. Для начала сделайте рисунок размером на весь экран, состоящий из полей ярких, насыщенных цветов, разделённых чёрным фоном, как на рисунке справа. Если в темноте поднести к экрану тот же карандаш, а позади него поставить лист бумаги, то карандаш отбросит на неё несколько теней, по одной от каждого цвета (рис. справа). Именно так были сделаны фотографии 1–5.



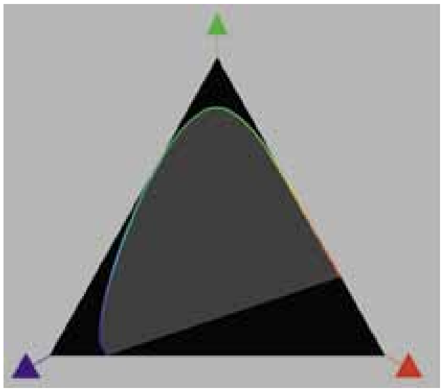
Наиболее насыщенными цвета теней получаются тогда, когда и освещение насыщенное. Идеальный вариант – когда присутствуют только цвета пикселей монитора. Поэтому полученные тени на фото 2 гораздо насыщенней, чем на фото 4, где использованы смеси базисных цветов по два.

Заключение

Описание цвета с помощью *RGB*-кодировки хоть и замечательно своей простотой и мощью, но во многих смыслах неполно. Для начала, то, как мы воспринимаем цвет, зависит от освещения, контекста и других побочных обстоятельств. На такой необъективности глаза основывается множество оптических иллюзий.



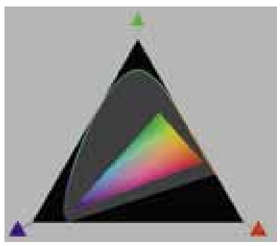
Художник Инга Коржнева



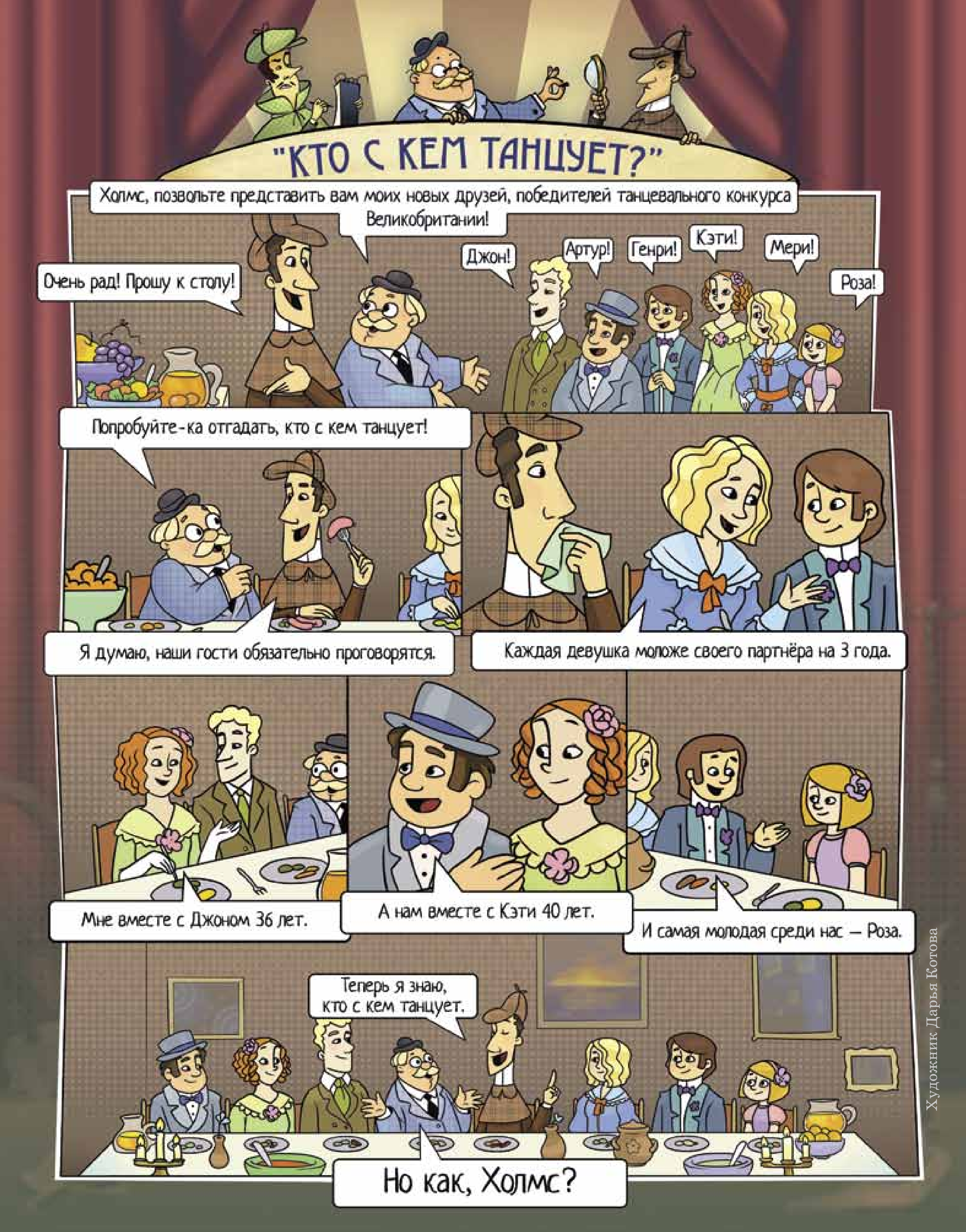
Другая проблема интереснее и сложнее. Чтобы наглядно её объяснить, воспользуемся картинкой (рис. справа), изображающей *пространство оттенков*. Каждый оттенок помещается в большом (чёрном) треугольнике в какую-то точку, зависящую от того, в какой пропорции этот оттенок возбуждает три типа клеток: чем дальше точка от нижней стороны треугольника, тем сильнее отклик «зелёных» клеток, и так далее. Яркость при этом не учитывается – если взять оттенок в два раза ярче, точка получится та же самая, так как пропорции сохранятся.

Как мы писали в статье «Интерференция» в «Квантике» №1 за 2015 год, любой свет – это смесь чистых оттенков («цветов радуги»). Уложим эти чистые оттенки в наш треугольник в соответствии с тем, какие клетки и насколько возбуждаются составляющими его цветами. Мы получим кривую (радужная кривая на рисунке). Любой другой цвет – смесь чистых, и поэтому его точка расположится где-то в области, которую ограничивает радужная кривая. Только цвета из этой области (серая на рисунке) нам могут встретиться в жизни.

Получается интересная картина. Во-первых, на треугольнике остались чёрные области, которым не соответствует никакой цвет. На что бы мы ни смотрели, в такой пропорции клетки не возбудятся.



Во-вторых, цвета пикселей дисплея тоже находятся внутри серой области, а вовсе не в вершинах чёрного треугольника. Дисплей, выдавая только комбинации этих цветов, покроет лишь треугольник (цветной на рисунке справа). Этот треугольник, будучи внутри серой области, не может покрыть её целиком. Поэтому останутся оттенки, которые наш монитор выдать не сможет. В идеале у него должны быть пиксели с морем различных оттенков, которые «прослеживают» радужную кривую на рисунке, чтобы их комбинации покрыли почти всю серую фигуру. Но это сделать сложно, да и не очень-то нужно.


"КТО С КЕМ ТАНЦУЕТ?"
Холмс, позвольте представить вам моих новых друзей, победителей танцевального конкурса Великобритании!
Очень рад! Прошу к столу!
Джон!
Артур!
Генри!
Кэти!
Мери!
Роза!
Попробуйте-ка отгадать, кто с кем танцует!
Я думаю, наши гости обязательно проговорятся.
Каждая девушка моложе своего партнёра на 3 года.
Мне вместе с Джоном 36 лет.
А нам вместе с Кэти 40 лет.
И самая молодая среди нас — Роза.
Теперь я знаю, кто с кем танцует.
Но как, Холмс?
Художник Дарья Котова

Ольга Кузнецова

Игры в слова с переворачиванием

Гоша заходит в комнату и говорит:

– Амам, ритвеп! Липучол квойду аз тролькконную, он вазрат репипуше!

Что-то ещё можно понять с ходу, но по поводу некоторых слов придётся подумать. Дело в том, что Гоша переставляет буквы как попало. Но ведь можно переворачивать слова и по определённым правилам! Например, так, чтобы из всех букв сложилось новое слово – это называется анаграмма (*лепесток* – *телескоп*). Ну или читать слова справа налево, если получилось то же самое слово, – это будет палиндром (*казак*). Палиндромами бывают целые фразы: например, знаменитая «*А роза упала на лапу Азора*», которую составил русский поэт Афанасий Фет, или более современная «*Нажал кабан на баклажан*». Правил для переворачивания слов можно придумать много, вот некоторые из них.

Игра № 1 **СЛОВА НАИЗНАНКУ**

Когда мы выворачиваем свитер наизнанку, то в руках у нас остаётся та же самая вещь, хотя каждый сантиметр ткани нашего свитера перевёрнут. Так и слово можно перевернуть по буквам. Вы наверняка слышали о том, что звуки языка противопоставлены друг другу как парные и непарные – например, по глухости-звонкости (д-т, з-с и др.). О парах для гласных мы можем сами договориться, например, пусть противопоставлются: о-а, е-и (потому что их часто путают в диктантах). Тогда дог переворачивается в так, кот – в гад. Какими будут изнанки этих слов: пик, зато, вид, ага?

Для придумывания своих перевёртышей можно договориться и о других правилах замещения, а можно воспользоваться системой, которую предложил А. Н. Журинский в этой фразе-шифровке: «*Шыр-пир ю пяпюжгы зэлэмъгый гёсрыг, фёд гяг, фёд гяг, зэлэмъгый гёсрыг*» (Лингвистические задачи. М., 1983. С. 9.).

Игра № 2 **КРУГОВЕРТЬ**

Название этой игры говорит само за себя. Попробуем получить новое слово так: запишем его по кругу и прочтём, начиная с другой буквы. Вот что получится, если читать справа налево, начиная со второй буквы: *ряд – ярд*, *руно – урон*. Попробуйте как-нибудь «перекрутить» слова: *адам*, *раба*, *орк*, *вина*, *ОМОН*.

Игра № 3 **СДВИГАЕМ СЛОВОРАЗДЕЛЫ!**

Эффект в том, что если *прочитать* составленную по нашим правилам фразу, то окажется, что понять, записать её можно по-разному. Смысл будет меняться в зависимости от написания, например:

Мы идём по следам. — Мы идём после дам.

Менять буквы при этом нельзя. А вот знаки препинания можно расставлять в каждом случае по-разному:

Опа! Парад. – О, папа рад!

А ещё смысл одних и тех же слов может меняться в зависимости от варианта построения нашей фразы:

Набери очки. – На, бери очки.

Попробуйте угадать вторые варианты этих фраз, сдвигая словоразделы:

По три носка на рейке.

Полетела набойка, Валерия!

Акула, кит около Тили (Тили – мифический остров, упоминаемый Плинием Старшим).

Вобла кеды рада померить – нечем.

Котлетами не вели кидать, нечего!

Попытайтесь составить свои фразы — самостоятельно или с товарищем, прибавляя по новому фрагменту по очереди. Например, играют Гоша и Таня:

Гоша: *пока*

Таня: *покажи*

Гоша: *пока жители*

Таня: *покажите лису*

Гоша: *пока жители судят*

Таня: *покажите лису дятлу*

Гоша: …

Если после хода одного из игроков фраза теряет второй смысл и её никак нельзя достроить — ему засчитывается проигрыш. Может ли что-нибудь спасти Таню?

Художник Елена Цветаева

Игорь Акулич

ТРАГЕДИЯ ПРЕДАТЕЛЯ

Мальчиш по имени Плохиш светился от счастья. Ещё бы – за совершённое предательство проклятые буржуины преподнесли ему бочку варенья и корзину печенья. Что и говорить – *жри да радуйся*![1]

Впрочем, Плохиш не стал торопиться. Он был очень хозяйственный изапасливый, и потому, вернувшись домой (куда ему и доставили угощение), первым делом разложил варенье по банкам, а печенье по коробкам.

– Так-то лучше! – воскликнул мальчиш. – Теперь я могу распланировать на ближайшее время своё питание. Верней сказать – *полноценное* питание. А что значит «полноценное»? Это значит: что запланировал, то и съел. Если хоть чего-то не хватит – какая же тогда полноценность?

На этом Плохиш прервал философские измышления и пересчитал своё богатство.

– Неплохо, неплохо... – пробормотал он. – Значит, если я буду ежедневно съедать три банки варенья и одну коробку печенья, то мне, получается, хватит ровно на три недели полноценного питания! Нет, что-то варенья слишком много – как бы не слипнуться... Лучше буду съедать в день по две банки варенья и две коробки печенья. Тогда... ишь ты, тоже выходит ровно три недели полноценного питания. Так какой же рацион выбрать?..

Внезапно с грохотом распахнулась дверь, и в проёме появился сам Главный Буржуин.

---

[1]Именно так выразился А. Гайдар в повести «Военная тайна», откуда и взят сюжет о Мальчише-Плохише.

Художник Tory Polska

– В-в-в-ваше п-п-п-превосхо... – заикаясь от неожиданности, заговорил Плохиш. – В-в-в-ваше в-в-в-величе... В-в-в-ваше п-п-п-преосвя...

– Молчать! – прервал его незваный гость. – Ты награду получил?

– Д-д-д-да...

– За предательство?

– А-г-г-г-га...

– А не жирно ли тебе будет?

Моментально в жилище Плохиша ворвались ещё несколько буржуинов пониже рангом.

– Так! – обратился к ним Главный Буржуин. – Изымите-ка отсюда... ровно половину банок варенья и половину коробок печенья!

Подчинённые живо выполнили приказ руководства.

– Но за что? – отчаянно воскликнул мальчиш. – Вы же сами мне вручили...

– В воспитательных целях! – самодовольно ухмыльнулся Буржуин. – Предательство, конечно, не обходится без награды, но и безнаказанным оставлять его нельзя.

Хлопнув дверью, он ушёл.

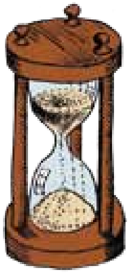
– Ну вот... – растерянно произнёс Плохиш. – Не учёл морального облика этих негодяев. Надо было сразу всё съедать. И сколько же чего теперь у меня осталось?

Дорогие читатели! Давайте сами ответим на этот вопрос. Итак, сколько банок варенья и коробок печенья осталось у Мальчиша-Плохиша после всей этой истории?

Антон Сорокин,
Марина Позолотина

ДВЕ ЗАДАЧИ ТУРНИРА ПО ФИЗИКЕ

«ШУНТ»



В марте 2015 года в городе Киров на базе Центра дополнительного образования одаренных школьников прошел всероссийский Школьный учебно-научный турнир по физике «ШУНТ» для учащихся 7 – 9 классов.

Основную часть турнира составляли физические бои, на которых в дискуссии обсуждались интересные физические явления.

Ниже представлены две задачи прошедшего турнира.

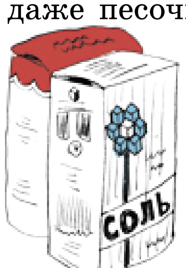
Сыпучие вещества

Возьмите пачку соли «Экстра» (соль самого мелкого помола), сделайте в ней небольшое отверстие, отрезав нижний уголок, и слегка сожмите упаковку в руках. Соль начнет высыпаться тонкой струйкой. Продолжите сжимать упаковку все сильнее и сильнее. Казалось бы, скорость высыпания соли должна увеличиваться. Однако наблюдается обратный эффект – скорость высыпания соли уменьшается вплоть до прекращения при значительном сжатии.

В отличие от жидкостей, скорость истечения которых через узкое отверстие возрастает с увеличением давления, в сыпучих веществах действие силы может привести к уплотнению частиц и, как следствие, к увеличению силы трения между ними. Это в основном и является причиной «заклинивания»: у отверстия образуется арочный свод из крупинок вещества.

Сила трения между частицами зависит от их формы и размеров, взаимного расположения, относительной влажности воздуха и т.п. На образование устойчивых сводов влияют геометрические параметры отверстия (его форма, размеры и т.п.) и упаковка (материал, угол наклона стенок и т.п.).

С описанной проблемой мы сталкиваемся нередко. Вспомним высыпание овсяных хлопьев из коробки, песка из бункера, а жителям высотных домов знакомо и закупоривание мусоропроводов. И даже песочные часы не лишены этого недостатка!



Бочка с водой

Неподалёку от самолёта стояла железная бочка, к которой рабочие аэродрома таскали дрова. В бочке вертикально стояла палка, вмёрзшая в лёд.

– Это зачем? – спросил я камчадала Люка, стоявшего около бочки.

– Мороз большой, – ответил он...

М.В. Водопьянов «Полярный лётчик»

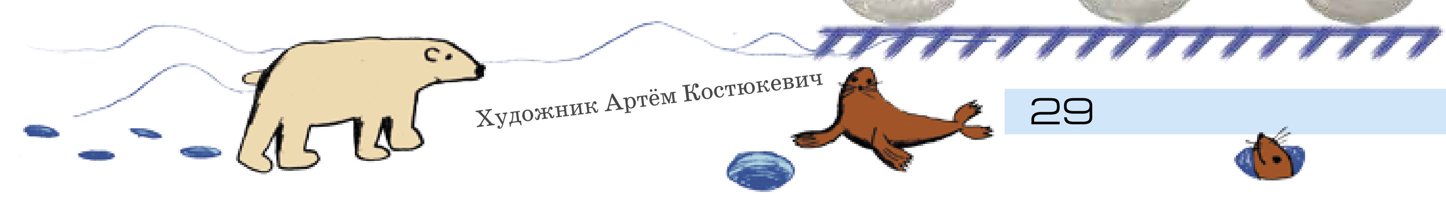
В осенний период случаются сильные ночные заморозки. При этом оставленные на улице сосуды с водой нередко разрушаются (деформируются и лопаются). Что в этой ситуации делать садоводам и дачникам, которые до последнего момента, а иногда и на всю зиму, оставляют воду в больших ёмкостях на улице? Как сохранить сосуд целым при превращении воды в лёд?

В книге «Полярный летчик» описан один из способов сохранения сосуда. Один из героев объясняет этот способ так: «По палке лёд ползет вверх, вытесняется наружу и не жмёт на стенки бочки». Так как теплопроводность дерева низкая, при кристаллизации воды в бочке лёд вокруг палки образуется позже, чем у дна и стенок сосуда, поэтому вверху остаётся «отверстие» для выхода незамёрзшей воды, кроме того, деревянная палка выдавливается из бочки.

Для сохранения сосуда могут быть использованы пенопластовые блоки, ёмкости с воздухом – всё то, что будет компенсировать избыточное давление на дно и стенки сосуда расширяющейся при замерзании жидкости.

На фото представлены результаты опытов на турнире (слева направо: в воду положены пенопласт, металл, дерево). Сосуды с пенопластом и деревом остались целыми, с металлом – треснул.

С авторами можно связаться по адресу
shunt.ph@mail.ru



Художник Артём Костюкевич

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 5)

21. *На обложке одного из современных журналов напечатали рекламу:*

«Возьмите число из двух последних цифр своего телефона, умножьте на 2, прибавьте 3, умножьте на 4, вычтите 12 и разделите на исходное число. Тот, у кого получилось 8, может получить 2300000 рублей!»

Оцените, велика ли вероятность попасть в число счастливчиков, которые, согласно рекламе, могут получить заветные 2300000 рублей.

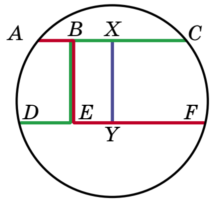
Решение. Пусть две последние цифры номера телефона образуют число n. Тогда, последовательно выполняя указанные действия, получаем следующие результаты:

$$2n,\ 2n+3,\ 8n+12,\ 8n,\ 8$$

Как видим, наши шансы *абсолютны*! Любое исходное число приводит к желанной восьмёрке, и остаётся только плясать от счастья. Пока... не прочтём подписанные снизу мелкими буквами условия рекламной акции. А там написано, что участник акции получает совсем не деньги, а каталог товаров и, купив что-либо из предложенного там, становится участником лотереи, в которой и разыгрывается названная сумма. Итак, мы лишний раз убедились, что чудес не бывает.

Интересно, что здесь есть тонкость: вероятность получить в итоге восьмёрку всё-таки не равна 100%. Почему? А потому, что те, у кого номер телефона оканчивается двумя нулями (и, стало быть, $n=0$), на последнем шаге вынуждены будут делить на 0, что не допускается. Поэтому вероятность стать участником акции снижается примерно до 99% (ибо среди телефонных номеров, как нетрудно сообразить, приблизительно сотая часть оканчивается двумя нулями).

22. *В круглом парке проложены две параллельные дорожки, соединённые перпендикулярной им перемычкой, как показано на рисунке. Один пешеход прошёл по маршруту ABEF, а второй – по маршруту CBED. Чей путь был длиннее?*



Отметим середины дорожек AC и DF буквами X и Y. Так как окружность симметрична, отрезок XY будет перпендикулярен параллельным дорожкам AC и DF. Значит, $BE = XY$, а также зелёный отрезок BX и красный отрезок EY равны по длине. Поэтому, если мы заменим маршрут первого на $AXYF$, длина пути первого не изменится. Аналогично, не изменится длина пути второго, если мы заменим его маршрут на $CXYD$. Но длины маршрутов $AXYF$ и $CXYD$, очевидно, равны: оба маршрута состоят из половины DF, половины AC и ещё расстояния XY.

23. *Найдутся ли такие 10 натуральных чисел, что ровно одно из них делится на 10, ровно два делятся на 9, ровно три делятся на 8, ровно четыре делятся на 7, ровно пять делятся на 6, ровно шесть делятся на 5, ровно семь делятся на 4, ровно восемь делятся на 3, ровно девять делятся на 2 и ровно десять делятся на 1?*

Ответ: нет.

Если бы такие десять чисел нашлись, то среди них девять делились бы на 2 и восемь делились бы на 3. Но тогда как минимум семь чисел делились бы и на 2, и на 3, а значит, и на 6. Это противоречит условию – чисел, делящихся на 6, должно быть ровно 5.

24. *Есть 18 камешков, причем известно, что любые два камешка различаются по весу. Как за 25 взвешиваний на двухчашечных весах без гирь найти самый тяжёлый и самый лёгкий камешки?*

Разделим камни на девять пар и за девять взвешиваний сравним камни в каждой паре. Камни, которые перевесили, назовём «крупными», а остальные – «мелкими».

Ясно, что самый тяжёлый камень находится среди девяти «крупных». Найти его можно за 8 взвешиваний – берём любой «крупный» камень и сравниваем его по очереди с остальными «крупными»; как только натыкаемся на более тяжёлый камень – берём его и продолжаем сравнивать с оставшимися «крупными», и так далее, пока не дойдём до конца. В итоге у нас останется камень, который перевесил всех «крупных», – он и будет самый тяжёлый.

Аналогично, самый лёгкий камень находится среди «мелких», и его мы тоже найдём за 8 взвешиваний.

Итого будет потрачено $9 + 8 + 8 = 25$ взвешиваний.

25. *Имеются четыре одинаковые монеты. Используя только их, выложите на столе три монеты в ряд так, чтобы соседние монеты касались, а центры монет были на одной прямой.*

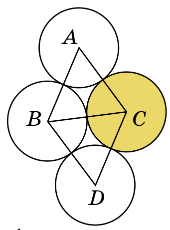


Рис. 1

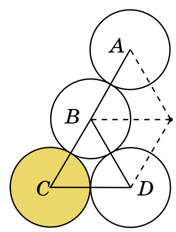
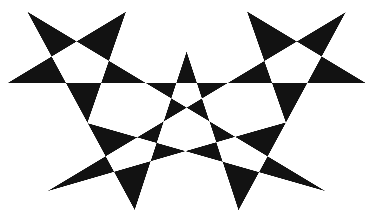


Рис. 2

Положим три монеты вплотную друг к другу, приложим к двум из них ещё одну и получим «ромбик» – центры монет образуют два равносторонних треугольника с общей стороной (рис. 1). Теперь уберём монету C и приложим её к монетам B и D (рис. 2). Тогда центры монет A, B и C будут лежать на одной прямой – так получается потому, что три угла равносторонних треугольников в сумме дают развёрнутый угол.

ПЯТЬ ЗВЁЗДОЧЕК («Квантик» № 6)

Можно обойтись всего 13-ю отрезками:



МАШИНЫ НА ТРОТУАРЕ («Квантик» № 6)

Машины наклонены на один и тот же угол. Действительно, задние колёса машин находятся на одном уровне, и передние тоже. А угол наклона зависит только от разницы высоты передних и задних колёс.

Машины не будут скатываться. Действительно, если машина чуть-чуть сдвинется вперёд или назад, то все колёса останутся на той же высоте, что и были. Другими словами, машина останется на одной высоте, а значит, скатываться она не будет.

В ОГОРОДЕ БУЗИНА…

1. Если номер «Мерседеса» 777, а «Жигулей» – 597, то есть два варианта получить эти номера способом первого математика: $777 = 575 + 202$ и $597 = 575 + 22$, или же $777 = 585 + 192$ и $597 = 585 + 12$. В первом варианте мы вычеркнули 0, а во втором – 9. То есть по номерам машин нельзя определить вычеркнутую цифру.

2. Пусть книга содержит N страниц. Как определить $S(N)$ – сумму их цифр? Воспользуемся тем, что требуемая нам сумма цифр должна давать номер года, принадлежащий либо нашему столетию, либо концу предыдущего. Сначала для пробы найдём сумму цифр всех однозначных чисел: $S(9) = 1 + 2 + \ldots + 9 = 45$. Да, маловато. Добавим к ним двузначные, то есть определим $S(99)$. Как это сделать? Среди цифр единиц всех чисел от 1 до 99 эта же сумма $1 + 2 + \ldots + 9$ повторяется 10 раз. А среди цифр десятков сначала 10 раз повторяется цифра 1, затем 10 раз – цифра 2, и так далее до 9, что эквивалентно десятикратному появлению той же суммы $1 + 2 + \ldots + 9$. Итак, $S(99) = 20 \cdot (1 + 2 + \ldots + 9) = 20 \cdot 45 = 900$.

Как видим, первая сотня дала почти половину требуемого номера года. Добавим к ней вторую сотню и найдём $S(199)$. Числа от 100 до 199 получаются из чисел от 00 до 99 приписыванием слева цифры 1, которая встретится, таким образом, 100 раз. Поэтому $S(199) = S(99) + 100 \cdot 1 + S(99) = 900 + 100 + 900 = 1900$.

Мы сразу оказались в начале XX века! А теперь учтём, что каждый лист – это две страницы, поэтому каждая книга имеет чётное число страниц. Далее считаем вручную: $S(200) = 1902$; $S(202) = 1909$; $S(204) = 1920$; $S(206) = 1935$; $S(208) = 1954$; $S(210) = 1968$; $S(212) = 1977$; $S(214) = 1990$; $S(216) = 2007$; $S(218) = 2028$.

Последнее значение «выскакивает» в будущее, поэтому подсчет можно прекратить. Видно, что из всех выписанных чисел лишь 2007 год рождения подходит для возраста ученика школы (ему в нынешнем 2015 году исполняется 8 лет). И если это – старший брат Витя, то год рождения младшего брата Мити просто не существует (ибо 2028 год ещё не наступил)! Поэтому в школу ходит младший брат Митя, родившийся в 2007 году. А вот год рождения Вити определить невозможно, но это и не т ребуется.

Упоминание о школе с математическим уклоном – существенно. Кое-где ещё сохранились, например, вечерние школы или школы рабочей молодежи, где возраст учеников не так жёстко ограничен.

ЩЕЛКУНЧИК

Выдумана история №3. Шахматный конь ходит буквой Г и не может объявить шах королю, стоя на соседней с ним клетке.

КТО С КЕМ ТАНЦУЕТ

Ответ: Артур танцует с Мэри, Генри – с Кэти, Джон – с Розой.

По словам Мэри, каждая девушка моложе своего партнёра на 3 года. Значит, чем моложе девушка, тем моложе её партнёр, а ещё сумма возрастов в каждой паре нечётная.

Из реплик Кэти и Артура видно, что Кэти не может танцевать ни с Джоном, ни с Артуром, потому что иначе сумма возрастов Кэти и её партнёра была бы чётной (либо 36, либо 40). Поэтому Кэти танцует с Генри.

Роза – самая молодая, а тогда её партнёр – самый молодой среди танцоров-мужчин. Поскольку сумма возрастов Кэти и Артура – 40, а Кэти и Джона – 36, то Джон младше Артура (на 4 года). Выходит, Джон – партнёр Розы.

Мы не нашли пару только Артуру и Мэри, поэтому они танцуют вместе.

ИГРЫ В СЛОВА С ПЕРЕВОРАЧИВАНИЕМ

Фраза, которую произносит Гоша: «Мама, привет! Получил двойку за контрольную, но завтра перепишу».

№1: *пик – бег, зато – сода, вид – Фет, ага – око.*

Ответ к задаче, описанной в игре №1: «*Жил-был у бабушки серенький козлик, вот как, вот как, серенький козлик*».

№2: *Адам – дама, раба – араб, орк – рок, вина – Иван, ОМОН – моно.*

№3: *По три носка на рейке. – Потри нос канарейке.*

Полетела набойка, Валерия! – Полетела на бой кавалерия!

Акула, кит около Тили. – А кулаки-то колотили

Вобла кеды рада померить – нечем. – В облаке дыра, да померить нечем.

Котлетами не вели кидать, нечего. – Кот летами невелик, и дать нечего.

Вариантов для окончания фразы «Покажите лису дятлу» много, требуется только ввести ещё одно действующее лицо или предмет на «*лу-*». Мы выбрали лунатика: *Пока жители судят – лунатик оглядывается. Покажите лису дятлу: на тик оглядывается.*

ТРАГЕДИЯ ПРЕДАТЕЛЯ

Пусть у Плохиша было $Б$ банок варенья и $К$ коробок печенья. Если он съедает в день 3 банки варенья и 1 коробку печенья, то варенья ему хватит на $[Б/3]$ дней (здесь и далее квадратные скобки обозначают целую часть числа, то есть наибольшее целое число, не превосходящее значения, заключенного в эти скобки). Печенья же хватит на $К$ дней.

Если Плохиш съедает в день 2 банки варенья и 2 коробки печенья, то варенья ему хватит на $[Б/2]$ дней, а печенья – на $[К/2]$ дней.

По условию, меньшее из чисел $[Б/3]$ и $К$ равно 21, а также меньшее из чисел $[Б/2]$ и $[К/2]$ равно 21. Получаем четыре теоретически возможных варианта:

1) $[Б/3] = [Б/2] = 21$, 2) $К = [К/2] = 21$,
3) $К = [Б/2] = 21$ 4) $[Б/3] = [К/2] = 21$.

Первые два варианта, очевидно, не подходят. В третьем варианте, поскольку $К = 21$, то $[К/2] < 21$, что невозможно (все числа не меньше 21).

Остаётся только четвёртый вариант. Тогда $Б = 63$, 64 или 65, а $К = 42$ или 43. Однако у Плохиша отобрали половину банок и коробок. Значит, $К$ и $Б$ – чётные! Поэтому $Б = 64$ и $К = 42$, а после конфискации осталось 32 банки и 21 коробка.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 августа по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги и диски.

Желаем успеха!

VII ТУР

31. а) На большом клетчатом листе бумаги нарисовали «по клеточкам» квадрат 100×100 клеток. Сколько клеток к нему примыкает снаружи (соприкасается с ним хотя бы по вершине)?

б) Сказочный замок имеет форму большого куба, склеенного из одинаковых маленьких кубиков. Внутри замка часть кубиков убрали, и получилась пустая комната размерами $10 \times 10 \times 10$ кубиков. Сколько кубиков примыкает снаружи к этой комнате (соприкасается с ней хотя бы по вершине)?

наш КОНКУРС ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Григорий Гальперин (31), Павел Кожевников (33, 34)

32. На входе в школу появилось объявление: «Директор школы категорически возражает против отмены решения о запрете контроля за причёсками». Может ли теперь Вася покрасить волосы в красный цвет без риска получить наказание от директора и почему?

33. Нарисуйте фигуру с девятью сторонами, которую можно разрезать на три треугольника (и покажите, как сделать такое разрезание).

34. Барон Мюнхгаузен приехал к Квантику и Ноутику в гости и рассказал:

– Однажды я встретил 15 детей и заметил, что у любых трёх из них вместе ровно 10 монет. Ответьте-ка, сколько монет у всех этих детей вместе?

– Это легко, – сказал Ноутик, – детей можно разделить на пять троек, а значит, всего монет 50.

– А я думаю, барон что-то путает, – сказал Квантик.

Кто прав – Квантик или Ноутик?

35. В наборе из 100 гирек любые две гирьки отличаются по массе не более чем на 20 г. Имеются чашечные весы, показывающие разность весов на чашах. Придумайте алгоритм, как разложить гирьки на две кучи, чтобы в каждой куче было по 50 гирек и чтобы масса первой кучи отличалась от массы второй кучи тоже не больше чем на 20 г (и докажите, что ваш алгоритм верный).

Художник Николай Крутиков

ДВЕ РАКЕТЫ

С двух неподвижных стартовых площадок запускаются две ракеты, которые с постоянными скоростями летят строго навстречу друг другу, сталкиваются и взрываются. За минуту до столкновения расстояние между ними равнялось 27 км, за 2 минуты до столкновения – 45 км, за 3 минуты – 57 км, и за 4 минуты – 65 км. Каково было расстояние между ракетами за 5 минут до столкновения?

(При решении может возникнуть ощущение, что условие противоречиво, но это иллюзия! Задача решаема, и ответ однозначен.)

Автор Игорь Акулич
Художник Максим Калякин