



ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №9 (02.12.2023)

Кружок по математике



Несколько слов о домашнем задании



Задача №1. Вопрос на экзамене

На экзамене есть 25 вопросов, случайным образом выбираются два из них. Какова вероятность не получить вопрос №25?

Задача №1. Вопрос на экзамене

Решение: Найдем общее количество всех билетов из двух вопросов, каждый из которых взят из списка в 25 вопросов. Есть 25 способов выбрать первый вопрос, входящий в билет. Для каждого из этих способов есть по 24 способа выбрать второй вопрос из числа оставшихся - всего билетов $25 \cdot 24 = 600$. Если считать одинаковыми билеты с одинаковым набором вопросов, стоящих в разном порядке, то билетов станет вдвое меньше – всего **300 билетов**.

Задача №1. Вопрос на экзамене

Решение: Событие «нам не достался вопрос №25» является отрицанием события «нам достался вопрос №25».

Вопрос №25 входит в 24 билета (так как вместе с ним в билет может входить любой из оставшихся 24 вопросов). Значит, событию «**нам достался вопрос №25**» благоприятствуют 24 элементарных исхода из 300, и его вероятность равна $24/300 = 4/50 = 2/25$.

Вероятность отрицания события равна разности единицы и вероятности самого события. Так что вероятность события «нам не достался вопрос №25» равна $1 - 2/25 = 23/25$, или **92%**.

Задача №2. Из ящика наугад ...

Из ящика в котором 5 белых и 6 черных шаров, наугад вынимаются последовательно один за другим два шара. Какова вероятность, что они оба белые?

Задача №2. Из ящика наугад ...

Решение: А – появление белого шара при первом испытании

В – появление белого шара при втором испытании

Событие В зависит от события А, т.к. его вероятность меняется от того, произошло или нет событие А.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(A) = 5/11$$

$$P(B/A) = \frac{5-1}{11-1} = \frac{4}{10}$$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{11}$$

Задача №3. В трамвайном парке

В трамвайном парке имеются 15 трамваев маршрута №1 и 10 трамваев маршрута №2. Какова вероятность того, что вторым по счету на линию выйдет трамвай маршрута №1?

Задача №3. В трамвайном парке

Решение: Пусть A - событие, состоящее в том, что на линию вышел трамвай маршрута №1, B - маршрута №2.

Рассмотрим все события, которые могут при этом быть (в условиях нашей задачи): AA , AB , BA , BB . Из них нас будут интересовать только первое и третье, когда вторым выйдет трамвай маршрута №1.

Задача №3. В трамвайном парке

Решение: А - событие, состоящее в том, что на линию вышел трамвай маршрута №1, В - маршрута №2.

$$P(AA) = P(A) \cdot P(A/A) = \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}$$

$$P(BA) = P(B) \cdot P(A/B) = \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24}$$

Поскольку события несовместные, то искомая вероятность:

$$P = P(AA) + P(BA) = 0.6$$

Блиц-задача



Три комнаты

Есть три комнаты, на двери каждой из них — табличка. А написано на табличках вот что:

На первой: «В этой комнате сидит дракон».

На второй: «В этой комнате — принцесса».

На третьей: «Дракон сидит во второй комнате».

Написанное на этих табличках может оказаться правдой, а может и нет; известно, однако, что *только на одной из них* — правда. А еще мы знаем, что принцесса — лишь в одной из комнат, а в двух других — драконы. Так где же сидит принцесса?



Девятое занятие. Взвешивания



Три монеты

Имеются чашечные весы и три монеты. Одна из монет фальшивая, она легче остальных. Как за одно взвешивание определить фальшивую монету?



Девять монет

Перед вами 9 монет, одна из них фальшивая (легче настоящих).
Как за два взвешивания выяснить, какая монета фальшивая?

Ещё больше монет

а) Есть 27 монет. Известно, что одна из них фальшивая (по весу тяжелее настоящих). Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить фальшивую монету?

б) Можно ли определить фальшивую монету за три взвешивания, если монет 25?

24 кг гвоздей

Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?

Кот Базилио или Лиса Алиса

Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса? (Находить монету не надо)

Две фальшивые монеты

Из пяти монет две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая — на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.

Круг из семи монет

Семь монет расположены по кругу. Известно, что какие-то четыре из них, идущие подряд, — фальшивые и что каждая фальшивая монета легче настоящей. Объясните, как найти две фальшивые монеты за одно взвешивание на чашечных весах без гирь. (Все фальшивые монеты весят одинаково.)

10 сундуков

В 10 сундуках лежат монеты. В девяти лежат настоящие (весом 10 г), а в одном фальшивые (весом 11 г). Одним взвешиванием на двухчашечных весах со стрелкой определить сундук с фальшивыми. (Весы со стрелкой показывают, на сколько «тяжёлая» чаша весов тяжелее «лёгкой».)

Мешок сахара

Дан мешок сахарной пудры, чашечные весы и гирька в 1 г. Как за 5 взвешиваний отмерить 31 г сахарной пудры?

Спасибо за внимание!

Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске и на сайте)

Домашнее задание присылайте на почту - info@oxbridge.ru

В теме письма указывайте фамилию, предмет и номер группы

Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!



Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mddf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>