ОКСБРИДЖ
АЛЬБИОН

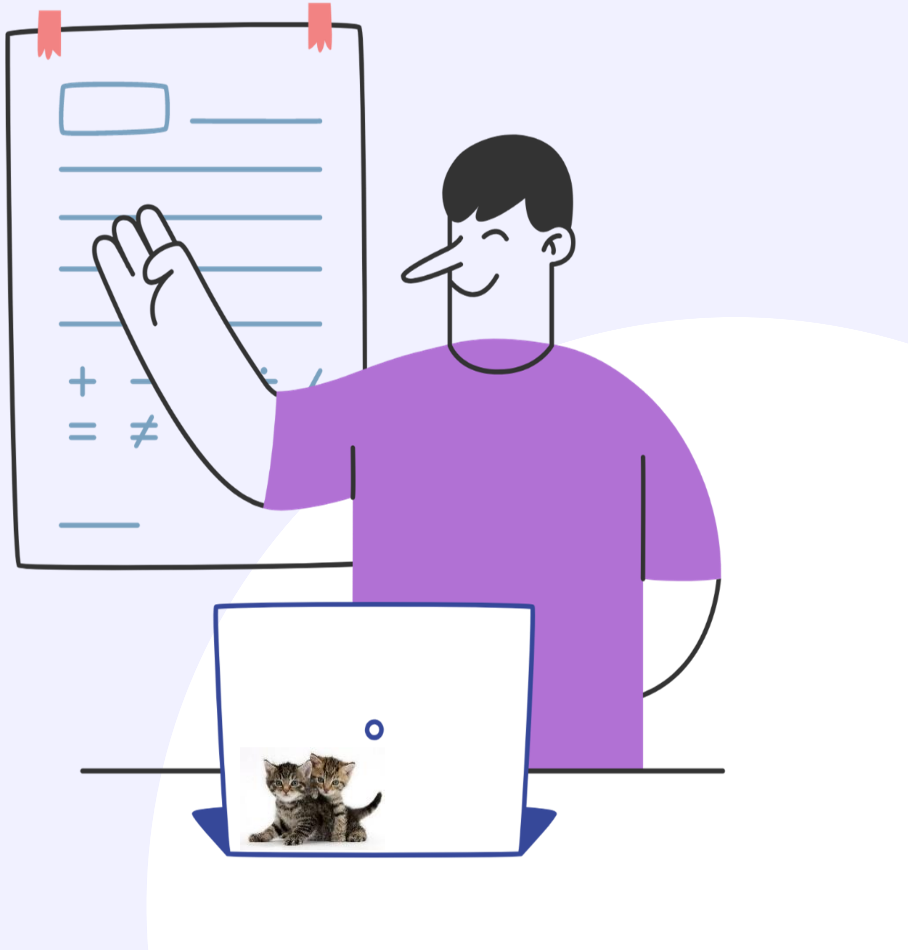
ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ РОССИЙСКИХ И ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И ОЛИМПИАД

+7 495 650-99-95
+7 495 694-36-00
+7 925 505-24-42
+7 916 151-25-94
info@albioncom.ru

Занятие №6 (11.11.2023)

Кружок по математике



Несколько слов о домашнем задании

Задача №1. Азбука Морзе (28.10)

В азбуке Морзе используются два типа символов: точки (·) и тире (—). Можно ли сопоставить каждой букве русского алфавита такой код, чтобы каждая буква оказалась зашифрована не более чем четырьмя символами азбуки Морзе?

Задача №1. Сложная задача (04.11)

Учитель задал на уроке сложную задачу. В результате, число мальчиков решивших эту задачу, оказалось равным числу девочек, не решивших её. Кого в классе больше: учеников, решивших задачу, или девочек? Почему?

Задача №1. Сложная задача (04.11)

Решение:

Р – количество решивших задачу

М = МР + МН – количество мальчиков

Д = ДР + ДН – количество девочек

Р = МР + ДР

По условию, МР = ДН = х, тогда:

Р = х + ДР

Д = ДР + х

То есть, учеников, решивших задачу столько же, сколько и девочек

Задача №2. Хоккейная команда. (04.11)

Хоккейная команда состоит из 2 вратарей, 7 защитников и 10 нападающих. Сколькими способами тренер может образовать стартовую шестерку, состоящую из вратаря, двух защитников и трех нападающих?

Блиц-задача

Соревнование по бегу

Алёша, Боря, Ваня и Гриша соревновались в беге. На вопрос, кто какое место занял, они ответили:
Алёша: Я не был ни первым, ни последним.
Боря: Я не был последним.
Ваня: Я был первым.
Гриша: Я был последним.
Известно, что трое сказали правду, а один соврал. Кто победил в соревновании? Кто сказал неправду?

Шестое занятие. Комбинаторика + Теория вероятностей

Сочетания

Всякая неупорядоченная выборка объема k из множества, состоящего из n элементов ($k \le n$), называется *сочетанием из n элементов по k элементов* и обозначается через $\boldsymbol{C_n^k}$.

Символ C_n^k читается: «це из п по k» или «число сочетаний из n по k». С – первая буква французского слова Combinaison – «сочетание».

Сочетания

Всякая неупорядоченная выборка объема k из множества, состоящего из n элементов ($k \le n$), называется *сочетанием из n элементов по k элементов* и обозначается через $\boldsymbol{C_n^k}$.

Выведем формулу для нахождения C_n^k. Из любого набора, содержащего k элементов, можно с помощью перестановок получить k! упорядоченных выборок объема k, поэтому

$$A_n^k = C_n^k \cdot k!, \qquad C_n^k = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Экзамен по комбинаторике

Для проведения письменного экзамена по комбинаторике надо составить 4 варианта по 7 задач в каждом. Сколькими способами можно разбить 28 задач на 4 варианта?

Теория вероятностей

Математик проходит досмотр в аэропорту. Внезапно в его багаже обнаруживают бомбу. Он объясняет: «Видите ли, вероятность того, что на борту окажется бомба, равна 1/1000. А вероятность того, что в самолёте будут две бомбы, уже 1/1000000. Так что я решил подстраховаться…»

Теория вероятностей

Теория вероятностей — это раздел математики, который изучает закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Французские математики *Блез Паскаль* и *Пьер Ферма* анализировали азартные игры и исследовали прогнозы выигрыша. Тогда они заметили первые закономерности случайных событий на примере бросания костей и сформулировали теорию вероятностей.

Теория вероятностей

Мысленно проведем некоторый эксперимент - бросаем монетку.

Возможные варианты результатов эксперимента назовём *элементарными исходами*. Так, «монетка упала решкой» — это элементарный исход.

Некоторые из этих исходов объявлены ***благоприятными***:

В игре бросают кубик; выигрышем считается выпадение пятёрки или шестёрки. Сколько (примерно) выигрышей будет в длинной серии из N игр?

Здесь благоприятным исходом будет выпадение пятёрки или шестёрки.

Теория вероятностей

Мы предполагаем, что в длинной серии опытов все исходы встречаются примерно поровну. Исходя из этого, мы подсчитываем, в какой доле случаев (примерно) исход будет благоприятным. Пусть всего исходов n, а благоприятных исходов k. Тогда на каждый исход приходится примерно $1/n$ всех случаев, и благоприятный исход будет примерно в k/n всех случаев.

Определение. ***Вероятностью*** называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу равновозможных исходов.

Теория вероятностей

Определение. ***Вероятностью*** называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{\text{количество благоприятных исходов}}{\text{общее число исходов}}$$

Вероятность любого события заключена *между нулём и единицей*. Вероятность равна нулю, если благоприятных исходов нет вовсе (*невозможное событие*). Вероятность равна единице, если все исходы благоприятны (*достоверное событие*).

Пусть у нас есть колода карт, и мы достаем из неё одну карту.

Достоверное событие – мы вытащили любую карту любой масти.

Невозможное событие – мы вытащили проездной на метро.

Случайное событие – мы вытащили туза.

Орёл или решка

Монету подбрасывают два раза. Всего имеется 4 возможных исхода (все они равновероятны): орёл – орёл, орёл – решка, решка – орёл, решка – решка. Какова вероятность выпадения

a) двух орлов;

b) орла и решки?

Бросаем игральный кубик

a) Какова вероятность выкинуть на игральном кубике чётное число?

b) А число, не превосходящее четырёх?

Теория вероятностей

Пересечение вероятностных событий: **C = A∩B** — оба события A и B произошли.

Объединение вероятностных событий: C = A∪B — произошло хотя бы одно из событий A и B.

Отрицание вероятностного события: B = $\bar{\mathbf{A}}$ **= Ω\A** (разность множеств Ω и A, то есть все элементы множества Ω, не содержащиеся в множестве A) — событие A не произошло.

Несовместные события: A∩B = ∅ (пустое множество) — события A и B не могут произойти одновременно.

Формула сложения вероятностей: P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B).

Если A и B несовместны, формула сложения вероятностей упрощается: **P(A∪B) = P(A) + P(B).**

События A и B называются **независимыми**, если **P(A∩B) = P(A)·P(B).**

Теория вероятностей

Чему равна вероятность $P(\overline{A})$, если $P(A) = p$, $0 \leq p \leq 1$?

$$P(\overline{A}) + P(A) = 1$$
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - p$$

Спасибо за внимание!

Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске и на сайте)
Домашнее задание присылайте на почту - info@oxbridge.ru
В теме письма указывайте фамилию, предмет и номер группы
Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!

Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ http://mmmf.msu.ru/archive/
- Задачи с сайта https://problems.ru/
- Коновалов С.П. "Материалы ЗФТШ"