



# ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ  
РОССИЙСКИХ И  
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И  
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №3

# Кружок по математике



# Несколько слов о домашнем задании



## Задача №1

Может ли сумма трёх целых чисел быть чётной, а произведение тех же трёх целых чисел — нечётным?

## Задача №1

Может ли сумма трёх целых чисел быть чётной, а произведение тех же трёх целых чисел — нечётным?

Решение: Сумма трёх целых чисел может быть четной только в двух ситуациях –  $Ч+Ч+Ч$  или  $Ч+Н+Н$  (потому что только четная сумма нечетных будет четной, например, если 3 нечетных -  $Н+Н+Н = Ч+Н = Н$ ).

Значит, в сумме есть как минимум одно четное число, значит, произведение таких чисел будет четным. Соответственно, так быть не может.



Внимательно читайте условия задачи!

Рассмотрение частного случая – НЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Есть такие задачи, где нахождение частного случая – это доказательство – задачи на контрпример.

Но обычно, если вас просят доказать что-то в общем виде, то доказывайте в общем виде.

Вася думает, что если площадь первого прямоугольника больше площади второго, а также периметр первого больше периметра второго, то из первого можно вырезать второй. Прав ли он?

Доказываю, что если площадь первого прямоугольника больше площади второго, а также периметр первого больше периметра второго, то из первого можно вырезать второй.

Ищу контрпример = ситуацию, когда существуют два прямоугольника причем площадь и периметр первого больше площади и периметра второго, но при этом из первого нельзя вырезать второй.

Привожу в пример, какие-то два любых прямоугольника, для которых условия задачи выполняются

Хей, а почему для других прямоугольников это тоже работает?

Вася думает, что если площадь первого прямоугольника больше площади второго, а также периметр первого больше периметра второго, то из первого можно вырезать второй. Прав ли он?

Доказываю, что если площадь первого прямоугольника больше площади второго, а также периметр первого больше периметра второго, то из первого можно вырезать второй.

Ищу контрпример = ситуацию, когда существуют два прямоугольника причем площадь и периметр первого больше площади и периметра второго, но при этом из первого нельзя вырезать второй.

~~Привожу в пример, какие-то два любых прямоугольника, для которых условия задачи выполняются~~

Хей, а почему для других прямоугольников это тоже работает?

## Задача №2

Лера нарисовала на доске семь котиков. Потом в аудиторию пришли 33 одноклассника. Каждый из них или стёр одного котика, или дорисовал нового. Могло ли в конце остаться три котика?



## Задача №2

Решение: За одно (любое) действие одноклассника у нас сменяется четность –  $N \pm 1 = Ч$  или  $Ч \pm 1 = N$ . Чтобы четность сохранилась, необходимо выполнить операцию четное число раз. Изначально, на доске было 7 котиков – нечетное число. Так как каждый из 33 школьников сделал по одному действию, чётность этого количества менялась 33 раза – нечетное число. Поскольку сначала котиков было 7, то в конце концов их должно было стать чётное число. А вот число 3 — нечётно.

## Задача №4

Непоседливый школьник разлил сок на клетчатый лист тетради размером  $30 \times 55$  клеток. Могло ли после этого оказаться так, что испачканных клеток оказалось на 117 больше, чем чистых?

## Задача №4

Решение:

$$30 * 55 = 1650 \text{ клеток}$$

Пусть  $x$  – количество чистых клеток, тогда  $(x+117)$  – количество испачканных, тогда:

$$x + x + 117 = 1650$$

$$2x = 1650 - 117$$

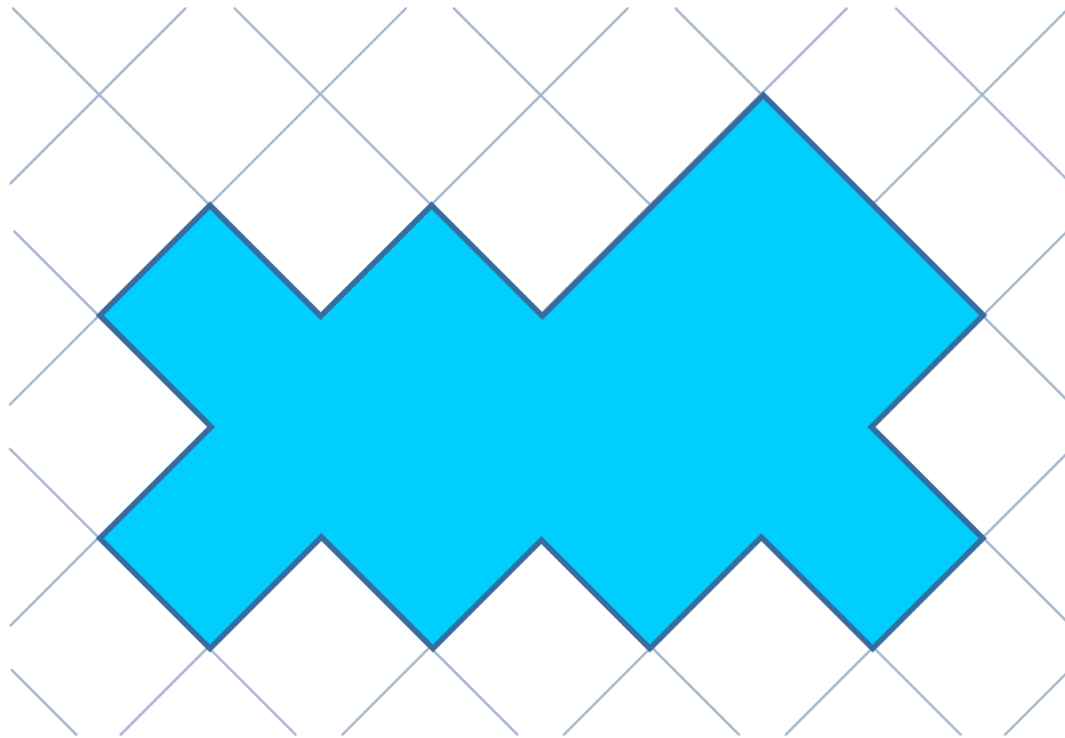
$$2x = 1533 - \text{ неверно}$$

# Блиц-задача



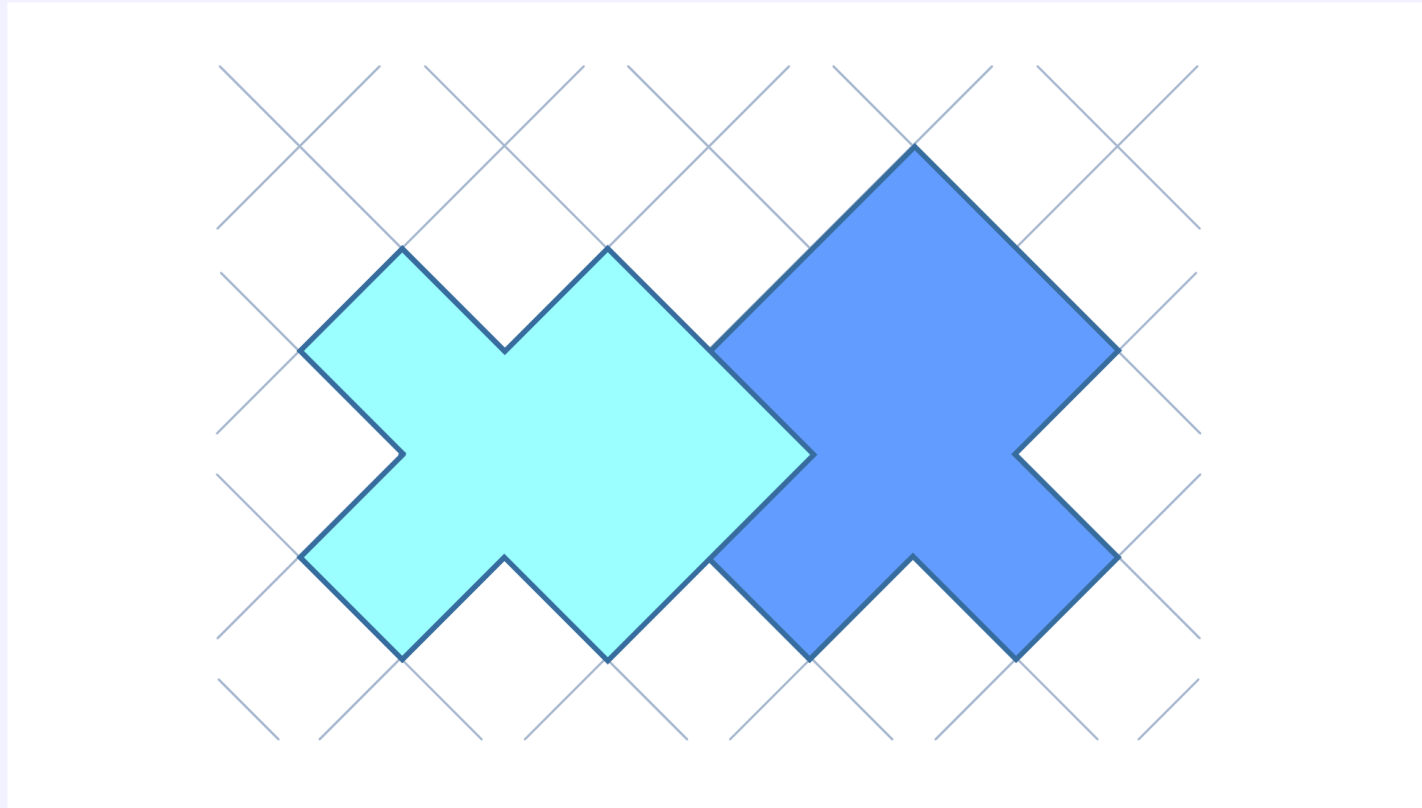
# «Безумный разрез» Мартина Гарднера

Мартин Гарднер — известный американский писатель, математик-любитель, автор множества статей и книг по занимательной математике, научно-популярных этюдов, математических фокусов, головоломок и задач на сообразительность и множества других публикаций.



Сделайте один разрез (или нарисуйте одну линию) — не обязательно, прямую — чтобы разделить нарисованную фигуру на две одинаковые части.

# «Безумный разрез» Мартина Гарднера



# Третье занятие.

## Круги Эйлера



Круги Эйлера – геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.



## СОБАКИ



## КОШКИ



## СФИНКСЫ





# Круги Эйлера

- Автор метода - ученый Леонард Эйлер (1707-1783). Он так и говорил о названных его именем схемах: «круги подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».
- Круги Эйлера имеют прикладное назначение, то есть с их помощью на практике решаются задачи на объединение или пересечение множеств в математике, логике, менеджменте и не только.

# ПАМЯТКА ЗАКАЗЧИКУ

Ты сам веришь, что такое бывает?..

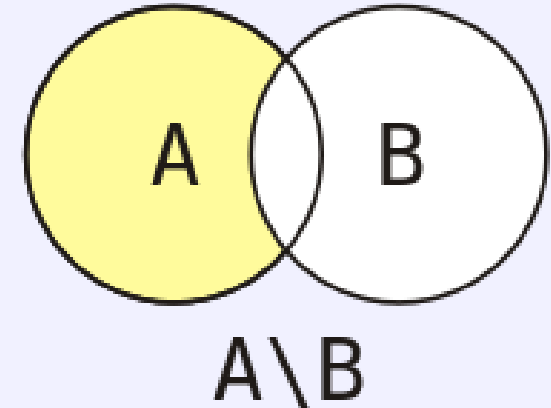
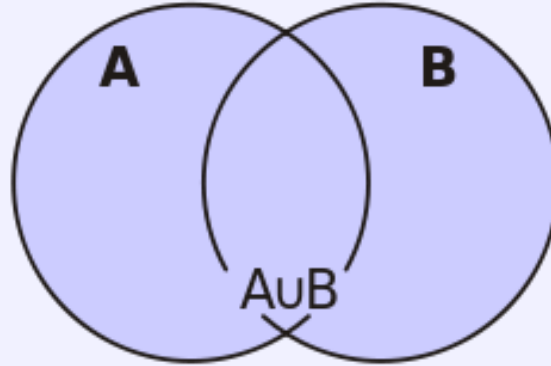
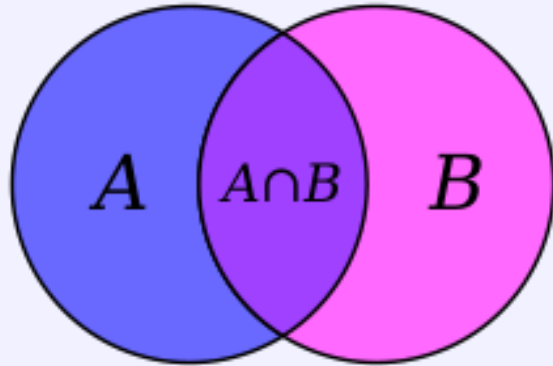


Убей себя!

Подготовлено на основе проекта Кольма Хармана:  
© WeelkaDesign (vk.com/weelkadesign)



# Множества



## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Если объект принадлежит сразу нескольким множествам (то есть лежит в пересечении множеств), обозначающая его точка находится в пересечении соответствующих этим множествам кругов.

## ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Если объект принадлежит хотя бы одному из нескольких множеств, то говорят, что он принадлежит их объединению. Значит, что точка лежит хотя бы в одном из кругов, соответствующих этим множествам.

## РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ

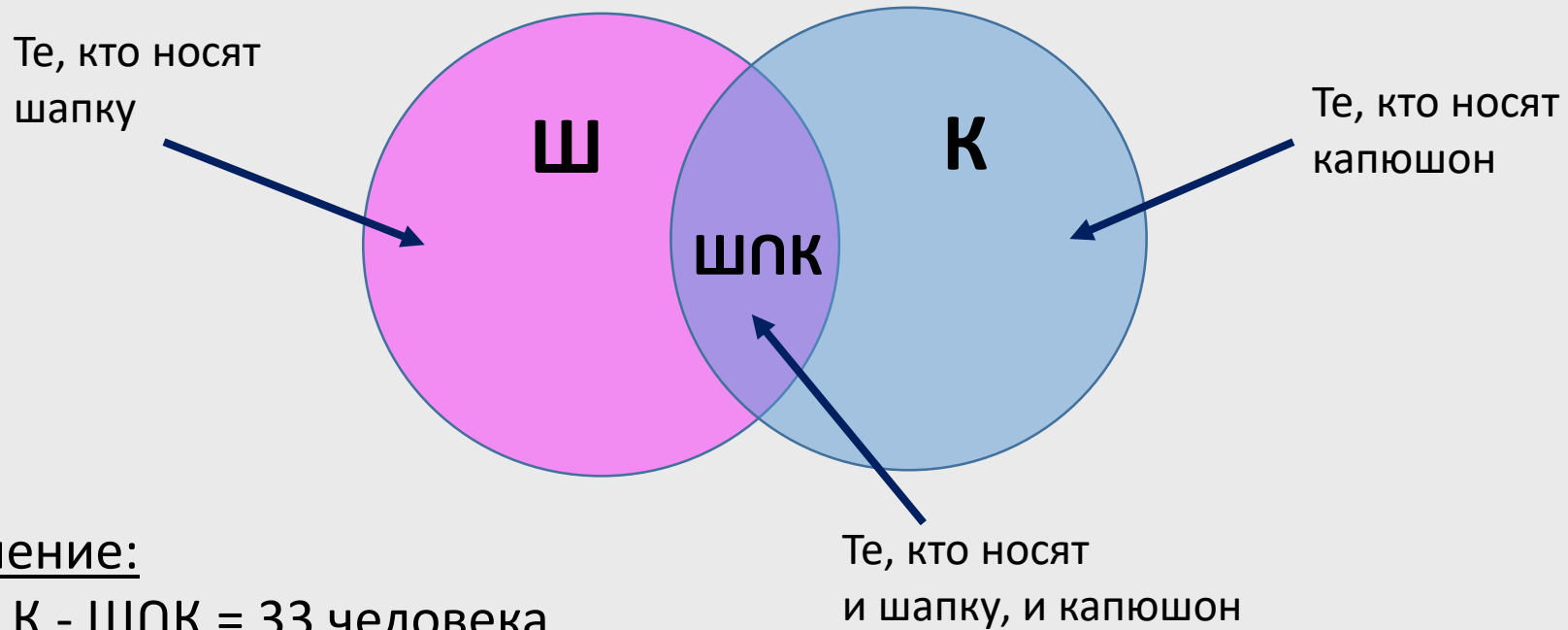
Объект лежит в разности двух множеств, если он лежит в первом из них, но не лежит во втором.

# Головные уборы

В классе 33 ученика. Каждый из них носит шапку или капюшон, причём 10 носят и то и другое. Сколько учеников носят капюшон, если шапку носят 28 учеников?



# Головные уборы



Решение:

$$\text{Ш} + \text{К} - \text{ШК} = 33 \text{ человека}$$

$$\text{ШК} = 10 \text{ человек}$$

$$\text{Ш} = 28 \text{ человек}$$

$$\text{Значит, К} = 33 + \text{ШК} - \text{Ш} = 33 + 10 - 28 = \underline{15 \text{ человек}}$$

# Биология или математика?

В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой увлекаются 15 человек, биологией — 20, а математикой и биологией одновременно — 10?

# В кинотеатре

В кино пришло 100 ребят. На приключенческий фильм было продано 87 билетов, а на комедию — 63. Сколько ребят посмотрели и тот фильм, и другой? (Каждый посмотрел по меньшей мере один из фильмов.)

# В кондитерской

В кондитерском отделе супермаркета посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

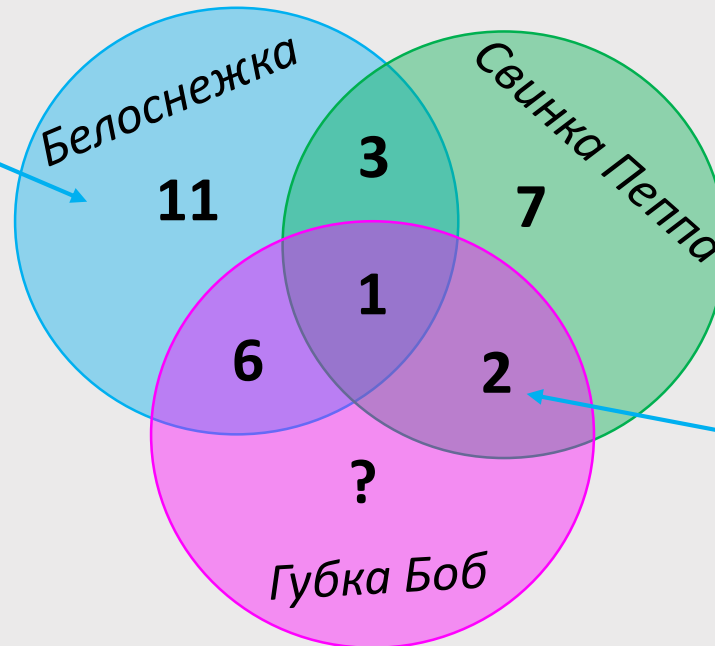


## Любимые мультфильмы

Шестиклассники заполняли анкету с вопросами об их любимых мультфильмах. Оказалось, что большинству из них нравятся «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны» и «Свинка Пеппа». В классе 38 учеников. «Белоснежка и семь гномов» нравится 21 ученику. Причем трем среди них нравятся еще и «Свинка Пеппа», шестерым - «Губка Боб Квадратные Штаны», а один ребенок одинаково любит все три мультфильма. У «Свинки Пеппы» 13 фанатов, пятеро из которых назвали в анкете два мультфильма. Надо определить, скольким же шестиклассникам нравится «Губка Боб Квадратные Штаны».

# Любимые мультфильмы

$$21 - 6 - 3 - 1 = 11$$



$$5 - 3 = 2$$

$$38 - 11 - 7 - 6 - 3 - 2 - 1 = \underline{8 \text{ фанатов мультфильма «Губка Боб Квадратные Штаны»}}$$

## Сноуборд, скейтборд и ролики

Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 ребят, на скейтборде — 28, на роликах — 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах — 10, на сноуборде и на роликах — 5, а на всех трех — 3. Сколько ребят не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах? (В число умеющих кататься на сноуборде включены те, кто умеет кататься ещё на чём-либо, и так далее).

# Спасибо за внимание!

Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске)

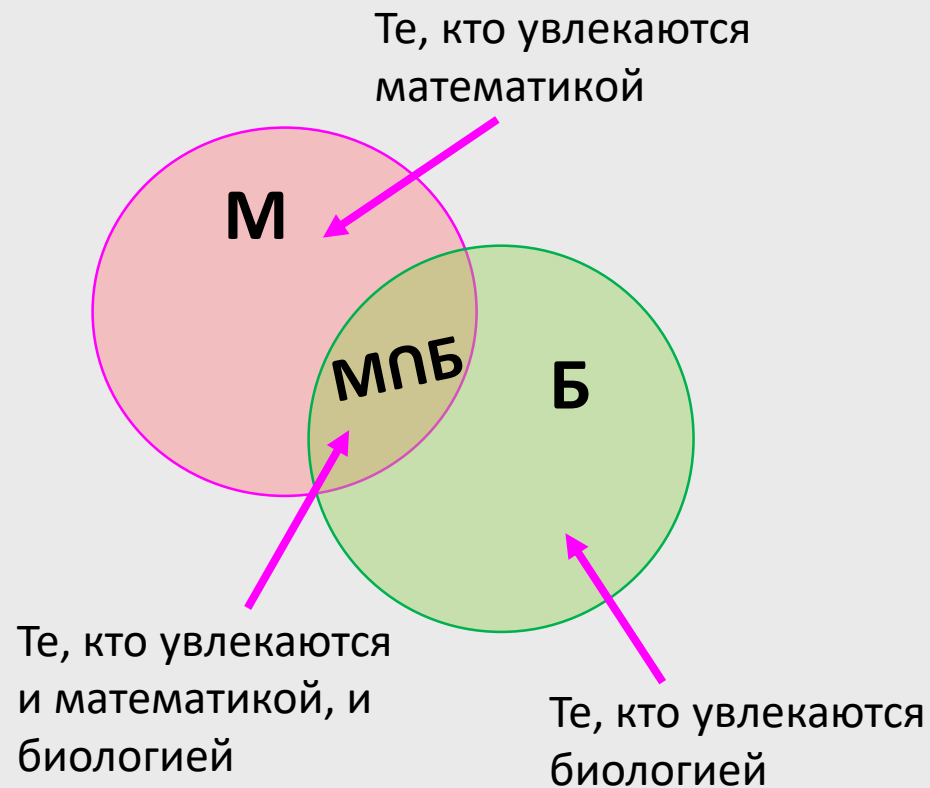
Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!

Если есть вопросы – пишите на почту [shaulskaya.m@inbox.ru](mailto:shaulskaya.m@inbox.ru)



# Биология или математика?



Решение:

М = 15 человек

Б = 20 человек

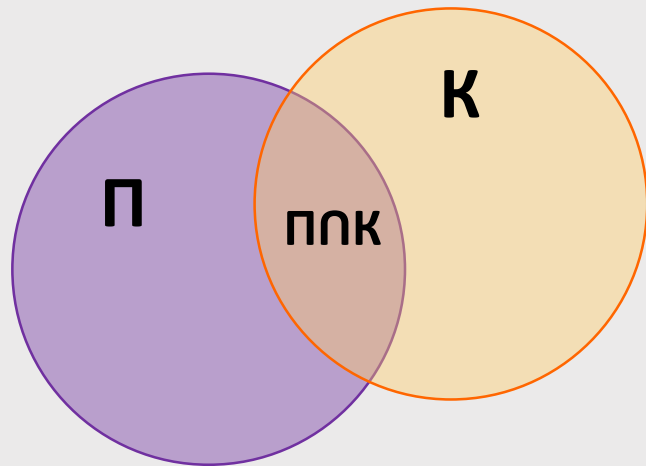
МПБ = 10 человек

Всего в классе - М + Б - МПБ

$M + B - \text{МПБ} = 15 + 20 - 10 =$

25 человек

# В кинотеатре



Решение:

Всего в кино пришло -  $P + K - ПК = 100$  ребят

$P = 87$  человек

$K = 63$  человек

Следовательно,  $ПК = 87 + 63 - 100 =$

50 человек посмотрели и комедию, и  
приключенческий фильм

# В кондитерской

Решение:

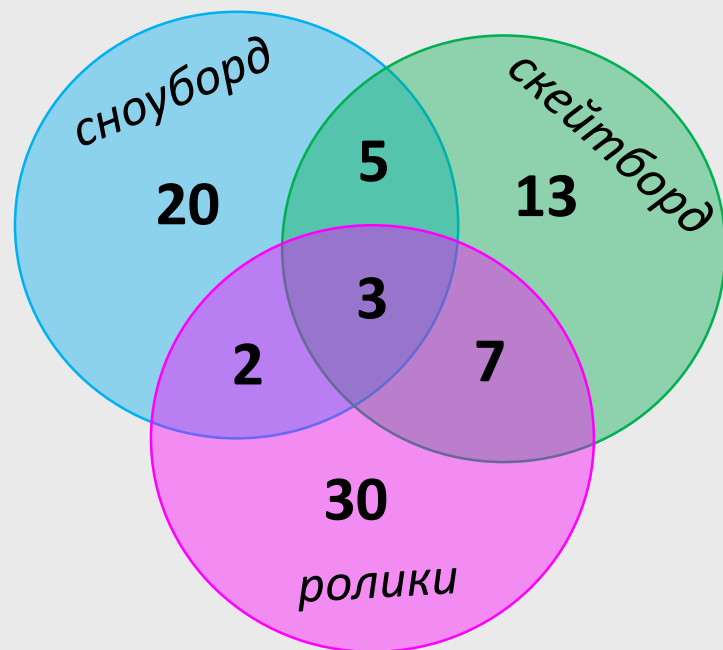
T = 57 покупателей купили торт

K = 36 покупателей выбрали коробку конфет

T∩K = 12 покупателей

Всего -  $T + K - T∩K = 57 + 36 - 12 = \underline{81}$  покупатель

# Сноуборд, скейтборд и ролики



Решение: На сноуборде и скейтборде умеют кататься 8 человек, причем из них 3 умеют кататься ещё и на роликах, следовательно, тех, кто умеет кататься только на сноуборде и скейтборде –  $8 - 3 = 5$  человек. Аналогично, находим, что только на скейтборде и роликах – 7, на сноуборде и роликах – 2 человека. Теперь ищем, сколько человек умеют кататься только на одном спортивном снаряде. Рассмотрим на примере скейтборда:  $28$  (всего умеют кататься на скейтборде) –  $5$  (сноуборд + скейтборд) –  $7$  (скейтборд + ролики) –  $3$  (все 3 вида) =  $13$  человек. Аналогично, найдем и для других видов спорта.

$100 - 20 - 13 - 30 - 2 - 5 - 7 - 3 = \underline{20}$  человек не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах



# Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mmmf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>
- <https://logiclike.com/math-logic/interesno-polezno/famous-math-puzzles>